



О.С. Істер

**ЗНО
ДПА 2021**

МАТЕМАТИКА

МАТЕМАТИКА

КОМПЛЕКСНЕ ВИДАННЯ

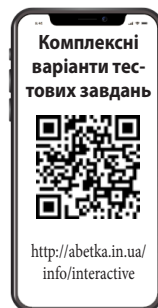
Повний повторювальний курс, підготовка до ЗНО та ДПА
ПРОФІЛЬНИЙ РІВЕНЬ · РІВЕНЬ СТАНДАРТУ

**ДЕТАЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ
УСІХ ЗАВДАНЬ**



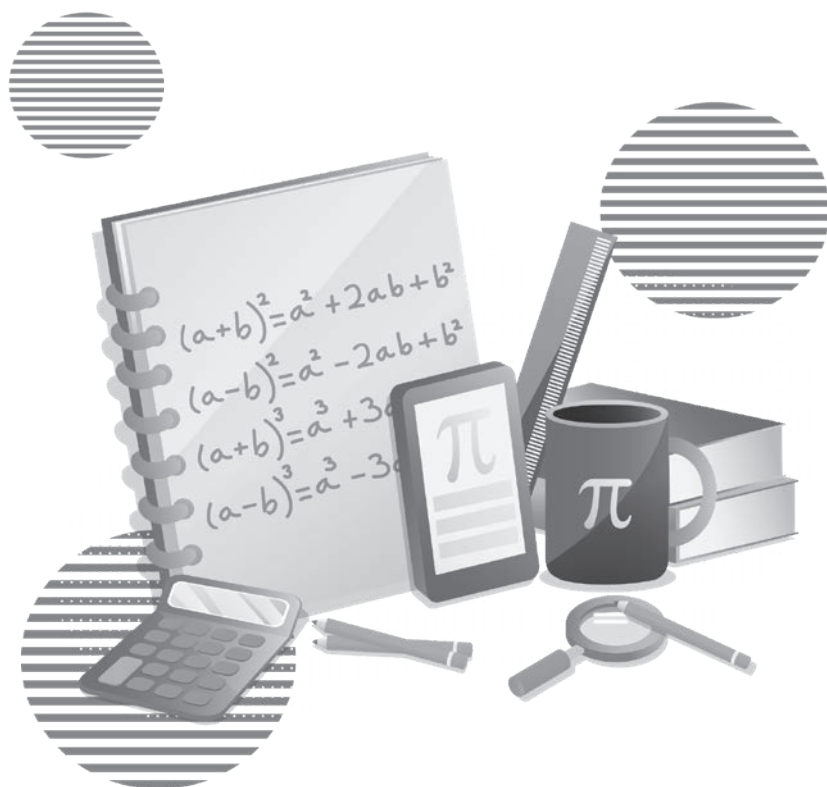
**ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ
ТА ЗАВДАННЯ**

**УВАГА! Умови усіх
завдань
у паперовому виданні**



**ТЕПЕР У ТВОЄМУ СМАРТФОНІ
ТА КОМП'ЮТЕРІ**

АЛГЕБРА і ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ



Розділ І. ЧИСЛА І ВИРАЗИ

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 1 (с. 13-14)

1. $6\overset{+}{\underset{\times}{\overbrace{3}^5}} = \frac{6 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{33}{5}$.

А	Б	В	Г	Д
	×			

2. $41\textcircled{8}3 > 4174$.

А	Б	В	Г	Д
			×	

3. $-5,1 > -5,99$.

А	Б	В	Г	Д
		×		

4. $\frac{8^2}{9} < \frac{5^3}{6}$ – неправильна нерівність, тому що $\frac{16}{18} > \frac{15}{18}$,

то $\frac{8}{9} > \frac{5}{6}$.

А	Б	В	Г	Д
				×

5. $5,0\textcircled{3} = 5\frac{3}{100}$.

А	Б	В	Г	Д
		×		

6. $4,1\textcircled{5} \approx 4,2$.

А	Б	В	Г	Д
		×		

7. $87 : 2,6 = 870 : 26 \approx 33,4\textcircled{6} \approx 33,5$.

$$\begin{array}{r}
 870 \overline{) 26} \\
 \underline{78} \\
 90 \\
 \underline{78} \\
 120 \\
 \underline{104} \\
 160 \\
 \underline{156} \\
 4
 \end{array}$$

А	Б	В	Г	Д
×				

8. $(39 - 23, 4) : |-65| = 0, 24.$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$1) \begin{array}{r} 39,0 \\ - 23,4 \\ \hline 15,6 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r|l} -65 & = 65 \\ - 15,6 & 65 \\ \hline 130 & 0,24 \\ - 260 & \\ \hline 260 & \\ - 260 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

9. $\left(41 - 38\frac{3}{4}\right) + \left(2\frac{5^4}{6} - 1\frac{3^3}{8}\right) = 2\frac{1}{4} + 1\frac{20-9}{24} = 2\frac{1^6}{6} + 1\frac{11^1}{24} =$
 $= 3\frac{6+11}{24} = 3\frac{17}{24}.$

А	Б	В	Г	Д
		×		

10. $12\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} - 2\frac{1}{4} : \frac{6}{13} = 12\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} - 2\frac{1}{4} \cdot \frac{13}{6} = 2\frac{1}{4} \left(12\frac{1^2}{3} - 2\frac{1^1}{6}\right) =$
 $= \frac{9}{4} \cdot 10\frac{2-1}{6} = \frac{9}{4} \cdot 10\frac{1}{6} = \frac{9}{4} \cdot \frac{61}{6} = \frac{3\cancel{9} \cdot 61}{4 \cdot \cancel{6}_2} = \frac{183}{8} = 22\frac{7}{8}.$

А	Б	В	Г	Д
				×

11. $(2,5 - 13,4 \cdot 5) : \left|-\frac{1}{2}\right| + |5| \cdot 0,25 = (2,5 - 67) : 0,5 + 5 \cdot 0,25 =$
 $= -64,5 : 0,5 + 1,25 = -645 : 5 + 1,25 = -129 + 1,25 = -127,75.$

12. Якщо $\frac{a}{b} = 2$, то $0,25a : 1,25b = \frac{0,25a}{1,25b} = \frac{25a}{125b} = \frac{a}{5b} = \frac{1}{5} \cdot \frac{a}{b} = \frac{1}{5} \cdot 2 =$
 $= \frac{2}{5} = 0,4.$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 2 (с. 20-21)

1. $27\overline{6}3$, тому що $(2 + 7 + 6 + 3) : 9 = 18 : 9 = 2$.

А	Б	В	Г	Д
			×	

2. $НСК(15;18) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$.

А	Б	В	Г	Д
			×	

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

3. $НСД(93;62) = 31$ (учень).

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$\begin{array}{r|l} 93 & 3 \\ 31 & 31 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 62 & 2 \\ 31 & 31 \\ 1 & \end{array}$$

4. $7,1x - 2,9x - 8,1x = (7,1 - 2,9 - 8,1)x = -3,9x$.

А	Б	В	Г	Д
		×		

5. Якщо $x = 0,97$, то $-(x - 2) + (2x - 3) =$
 $= -x + 2 + 2x - 3 = x - 1 = 0,97 - 1 = -0,03$.

А	Б	В	Г	Д
			×	

6. $\frac{2,4}{0,4} = \frac{x}{0,5}$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\frac{24}{4} = \frac{x}{0,5}$$

$$\frac{6}{1} = \frac{x}{0,5}$$

$$x \cdot 1 = 6 \cdot 0,5$$

$$x = 3$$

7. 6 костюмів – 18,6 м сукна
 x костюмів – 27,9

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\frac{6}{x} = \frac{18,6}{27,9}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{186}{279}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{2}{3}$$

$$2x = 6 \cdot 3$$

$$2x = 18$$

$$x = 18 : 2$$

$$x = 9 \text{ (костюмів).}$$

$$\begin{array}{r|l} 186 & \textcircled{2} \\ 93 & \cancel{3} \\ 31 & \cancel{31} \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 279 & \textcircled{3} \\ 93 & \cancel{3} \\ 31 & \cancel{31} \\ 1 & \end{array}$$

8. $1 \text{ хв } 10 \text{ с} = 70 \text{ с}$

$1 \text{ хв} = 60 \text{ с}$

$\text{НСК}(70;60) = 420 \text{ (с)} = 7 \text{ (хв)}$.

А	Б	В	Г	Д
		×		

9. $-4(x-2) - 5(x+3) + 2(x+9) = \underline{-4x} + \underline{8} - \underline{5x} - \underline{15} + \underline{2x} + \underline{18} = -7x + 11 = 11 - 7x$.

А	Б	В	Г	Д
		×		

10. $\frac{5}{11} \approx 0,4545 = 0,(\underline{45})$.

А	Б	В	Г	Д
			×	

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 11} \\ \underline{44} \\ 60 \\ \underline{55} \\ 50 \\ \underline{44} \\ 60 \\ \underline{55} \\ 0 \end{array}$$

11. $a = 3 \text{ м} = 300 \text{ см}; b = 4,75 \text{ м} = 475 \text{ см}$.

$\text{НСД}(300;475) = 5^2 = 25$.

$$\begin{array}{l|l|l} 300 & 2 & 475 & 5 \\ 150 & 2 & 95 & 5 \\ 75 & 3 & 19 & 19 \\ 25 & 5 & 1 & \\ 5 & 5 & & \end{array}$$

Плитка: 25×25 .

$S_{\text{к.}} = a \cdot b$

$S_{\text{к.}} = 475 \cdot 300 = 142500 \text{ (см}^2\text{)}$.

$$\begin{array}{r} 475 \\ \times 300 \\ \hline 142500 \end{array}$$

$S_{\text{пл.}} = 25 \cdot 25 = 625$

Тоді $S_{\text{к.}} : S_{\text{пл.}} = 142500 : 625 = 228 \text{ (пл.)}$.

12. Якщо $x = 20$, то $2(x-7) - 3(x-2) - (4-x) =$

$\underline{2x} - 14 - \underline{3x} + 6 - 4 + \underline{x} = -18 + 6 = -12$.

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 3 (с. 31-33)

1. $v_c = \frac{13 \cdot 3 + 14 \cdot 2}{3 + 2} = \frac{39 + 28}{5} = \frac{67}{5} = 13,4.$

А	Б	В	Г	Д
	×			

2. $t = \frac{14}{12 - 2} = \frac{14}{10} = 1 \frac{4}{10} = 1 \frac{4 \cdot 6}{10 \cdot 6} = 1 \frac{24}{60}$ год = 1 год 24 хв.

А	Б	В	Г	Д
				×

3. $t = \frac{60}{6 + 4} = \frac{60}{10} = 6$ (хв).

А	Б	В	Г	Д
			×	

4. $(60 \text{ хв.} \cdot 8 \text{ год}) \cdot 5 \text{ дн.} \cdot \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{80} \right) =$

$= 2400 \cdot \frac{4 + 3}{240} = \frac{2400^{10} \cdot 7}{240} = 70$ (ноутб.).

А	Б	В	Г	Д
		×		

5. $15 - 15 \cdot 0,4 = 15 - 6 = 9$ (км).

А	Б	В	Г	Д
			×	

6. $18 + 18 : \frac{9}{10} = 18 + 18 \cdot \frac{10}{9} = 18 + 20 = 38$ (м²).

А	Б	В	Г	Д
×				

7. $15 \% = 0,15$
 $2,4 \cdot 0,15 = 0,36$ (кг).

$$\begin{array}{r} 2,4 \\ \times 0,15 \\ \hline 120 \\ + 24 \\ \hline 0,360 \end{array}$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

8. $20 \% = 0,2$
 $8 \text{ ц} : \underline{0,2} = 80 : 2 = 40$ (ц).

А	Б	В	Г	Д
	×			

9. $20 \% = 0,2$
 $6000 : (1 + 0,2) = 6000 : 1,2 = 60000 : 12 = 5000$ (грн).

А	Б	В	Г	Д
				×

10. $\frac{200}{160} = \frac{5}{4} = 1,25$

$1,25 - 1 = 0,25 = 25 \%$.

А	Б	В	Г	Д
		×		

11. x м – довжина стрічки.

$$x - 0,3x - \frac{4}{7}(x - 0,3x) = 12$$

$$0,7x - \frac{4}{7} \cdot 0,7x = 12$$

$$0,7x - 0,4x = 12$$

$$0,3x = 12$$

$$x = 12 : 0,3$$

$$x = 120 : 3$$

$$x = 40 \text{ м.}$$

12. $1000 \cdot \left(1 + \frac{15}{100}\right)^2 - 1000 = 1000 \cdot 1,15^2 - 1000 =$

$$= 1000(1,3225 - 1) = 1000 \cdot 0,3225 = 322,5 \text{ (грн).}$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 4 (с. 37-38)

1. $(1 - 1,5)^2 \cdot 2^2 = (-0,5)^2 \cdot 2^2 = (-0,5 \cdot 2)^2 = (-1)^2 = 1.$

А	Б	В	Г	Д
		<input checked="" type="checkbox"/>		

2. $\frac{(3^6)^2 \cdot 3^7}{3^{17}} = \frac{3^{12} \cdot 3^7}{3^{17}} = \frac{3^{19}}{3^{17}} = 3^{19-17} = 3^2 = 9.$

А	Б	В	Г	Д
	<input checked="" type="checkbox"/>			

3. $-0,01x^2y \cdot 7xy^2 = -0,07x^{2+1}y^{1+3} = -0,07x^3y^4.$

А	Б	В	Г	Д
		<input checked="" type="checkbox"/>		

4. $(-3c^2p^7)^2 = (-3)^2 (c^2)^2 (p^7)^2 = 9c^4p^{14}.$

А	Б	В	Г	Д
		<input checked="" type="checkbox"/>		

5. $(x^2 + 2x - 3) - (2x - 7) = x^2 + \cancel{2x} - 3 - \cancel{2x} + 7 = x^2 + 4.$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>				

6. $0,5x(34x - 20) - 0,2x(30x - 15) = \underline{17x^2} - \underline{10x} - \underline{6x^2} + 3x =$
 $= 11x^2 - 7x.$

А	Б	В	Г	Д
	<input checked="" type="checkbox"/>			

7. $(a^2 - p)(p + a^2) = (a^2)^2 - p^2 = a^4 - p^2.$

А	Б	В	Г	Д
		<input checked="" type="checkbox"/>		

8. $(\underline{2a} - \underline{3p})^2 = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3p + (3p)^2 = 4a^2 - 12p + 9p^2.$

А	Б	В	Г	Д
		<input checked="" type="checkbox"/>		

9. $a^3 - 125 = a^3 - 5^3 = (a - 5)(a^2 + 5a + 25).$

А	Б	В	Г	Д
		<input checked="" type="checkbox"/>		

10. $(x - y)^2 = (y - x)^2$
 $x^2 - 2xy + y^2 = y^2 - 2xy + x^2.$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>				

11. $-6 - (x^{\overset{0}{=}} 2)^4$

-6 - найбільше значення.

12. Якщо $x = 5,5$; $y = 3,5$, то $\frac{2xy + x^2 + y^2}{x^2 + y^2 - 2xy} =$
 $= \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - 2xy + y^2} = \frac{(x + y)^2}{(x - y)^2} = \frac{(5,5 + 3,5)^2}{(5,5 - 3,5)^2} = \frac{9^2}{2^2} = \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 4,5^2 = 20,25$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 5 (с. 43-45)

1. $\frac{4-a}{6-3a}$, $6-3a \neq 0$; $3a \neq 6$; $a \neq 2$.

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. $\frac{\cancel{36}^4 p^4 m^2}{\cancel{27}^3 p m^8} = \frac{4p^3}{3m^6}$.

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

3. $\frac{m}{4n^2} = \frac{m \cdot 5m}{4n^2 \cdot 5m} = \frac{5m^2}{20mn^2}$.

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. $\frac{2x+1}{x-3} - \frac{3x-2}{x-3} = \frac{2x+1-(3x-2)}{x-3} = \frac{2x+1-3x+2}{x-3} =$
 $= \frac{-x+3}{x-3} = \frac{-(x-3)}{\cancel{x-3}} = -1$.

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5. $\frac{y-4y}{4y} + \frac{y-2y}{y^2} = \frac{y(y-4)+4(y-2)}{4y^2} =$
 $= \frac{y^2 - \cancel{4y} + \cancel{4y} - 8}{4y^2} = \frac{y^2 - 8}{4y^2}$.

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

6. $\frac{5m-10}{2m+3} \cdot \frac{4m+6}{m^2-4} = \frac{5(\cancel{m-2}) \cdot 2(\cancel{2m+3})}{(\cancel{2m+3})(\cancel{m-2})(m+2)} = \frac{10}{m+2}$.

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. $\left(\frac{5m^3}{4n^2}\right)^2 = \frac{5^2(m^3)^2}{4^2(n^2)^2} = \frac{25m^6}{16n^4}$.

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8. $\frac{12ab}{5c} : 8a^2 = \frac{12ab}{5c} \cdot \frac{1}{8a^2} = \frac{\cancel{12}^3 ab}{5c \cdot \cancel{8}_2 a^2} = \frac{3b}{10ac}$.

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

9. $\left(\frac{11}{12}\right)^{-6} : \left(\frac{11}{13}\right)^{-4} = \left(\frac{11}{13}\right)^{-6-(-4)} = \left(\frac{11}{13}\right)^{-6+4} = \left(\frac{11}{13}\right)^{-2} =$
 $= \left(\frac{13}{11}\right)^2 = \frac{13^2}{11^2} = \frac{169}{121}$.

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10. $1,7a^2b^{-1}\left(1\frac{7}{10}a^3b^{-2}\right)^{-1} = \frac{17}{10}a^2b^{-1}\left(\frac{17}{10}\right)^{-1}(a^3)^{-1}(b^{-2})^{-1} =$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$= \frac{17}{10} \cdot \frac{10}{17} a^2 b^{-1} a^{-3} b^2 = a^{2+(-3)} b^{-1+2} = a^{-1} b.$$

11. Якщо $x = -2011$, $y = 2012$, то $\left(\frac{x}{y^2 - xy} + \frac{y}{x^2 - xy}\right) \cdot \frac{xy}{x + y} =$

$$= \left(\frac{x}{y(y-x)} + \frac{y}{x(x-y)}\right) \frac{xy}{x+y} = \left(\frac{x^x}{y(y-x)} - \frac{y^y}{x(y-x)}\right) \cdot \frac{xy}{x+y} =$$

$$= \frac{x^2 - y^2}{xy(y-x)} \cdot \frac{xy}{x+y} = \frac{(x-y)(\cancel{x+y}) \cdot xy}{xy(y-x)(\cancel{x+y})} = \frac{x-y}{y-x} = \frac{x-y}{-(x-y)} = -1.$$

12. $1,25^{-2} + 2,5^{-3} = \left(\frac{125}{100}\right)^{-2} + \left(\frac{25}{10}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{2}\right)^{-3} =$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{16^5}{25} + \frac{8}{125} = \frac{16 \cdot 5 + 8}{125} = \frac{80 + 8}{125} =$$

$$= \frac{88}{125} = \frac{88 \cdot 8}{125 \cdot 8} = \frac{704}{1000} = 0,704.$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 6 (с. 51-53)

1. $\sqrt{0,25 \cdot 0,16} = \sqrt{0,5^2 \cdot 0,4^2} = \sqrt{(0,5 \cdot 0,4)^2} = \sqrt{0,2^2} = 0,2.$

А	Б	В	Г	Д
		X		

2. $\sqrt{15^4} : \sqrt{5^4} = 15^{\frac{4}{2}} : 5^{\frac{4}{2}} = 15^2 : 5^2 = \left(\frac{15}{5}\right)^2 = 3^2 = 9$

А	Б	В	Г	Д
				X

або

$$\sqrt{15^4} : \sqrt{5^4} = \sqrt{\frac{15^4}{5^4}} = \sqrt{\left(\frac{15}{5}\right)^4} = \sqrt{3^4} = \sqrt{(3^2)^2} = 3^2 = 9.$$

3. $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) = 2^2 - (\sqrt{5})^2 = 4 - 5 = -1.$

А	Б	В	Г	Д
	X			

4. $\sqrt{\frac{12}{13}} \cdot \sqrt{\frac{13}{3}} = \sqrt{\frac{12}{13} \cdot \frac{13}{3}} = \sqrt{\frac{12^4 \cdot 13}{13 \cdot 3}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2.$

А	Б	В	Г	Д
	X			

5. $\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{4^2 \cdot 2} = 4\sqrt{2}.$

А	Б	В	Г	Д
X				

6. $\sqrt{25a} - 0,5\sqrt{16a} = 5\sqrt{a} - 0,5 \cdot 4\sqrt{a} =$
 $= 5\sqrt{a} - 2\sqrt{a} = (5 - 2)\sqrt{a} = 3\sqrt{a}.$

А	Б	В	Г	Д
	X			

7. $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 + 2\sqrt{15} = (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5}\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 +$
 $+ 2\sqrt{15} = 5 - 2\sqrt{15} + 3 + 2\sqrt{15} = 8.$

А	Б	В	Г	Д
			X	

8. $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} - \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[4]{\frac{32}{2}} - \sqrt[3]{5 \cdot 25} =$
 $= \sqrt[4]{16} - \sqrt[3]{5^3} = \sqrt[4]{2^4} - \sqrt[3]{5^3} = 2 - 5 = -3.$

А	Б	В	Г	Д
X				

9. $3^5\sqrt{2} \cdot \frac{1}{3}\sqrt[5]{16} = \cancel{3} \cdot \frac{1}{\cancel{3}}\sqrt[5]{2 \cdot 16} = \sqrt[5]{2 \cdot 2^4} = \sqrt[5]{2^5} = 2.$

А	Б	В	Г	Д
	X			

10. $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{8 \cdot 5} = \sqrt[3]{40}$.

А	Б	В	Г	Д
			⊗	

11. Якщо $a = 0,2$, $b = 0,8$, то $\frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} =$

$$= \frac{(\sqrt{a})^2 \sqrt{a} - (\sqrt{b})^2 \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a})^3 - (\sqrt{b})^3}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} =$$

$$= \frac{(\cancel{\sqrt{a}} - \cancel{\sqrt{b}}) \left((\sqrt{a})^2 + \sqrt{a}\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 \right)}{\cancel{\sqrt{a}} - \cancel{\sqrt{b}}} = a + \sqrt{ab} + b = 0,2 +$$

$$+ \sqrt{0,2 \cdot 0,8} + 0,8 = 1 + \sqrt{0,16} = 1 + \sqrt{0,4^2} = 1 + 0,4 = 1,4.$$

12. $\sqrt[4]{(2 - \sqrt{7})^4} - \sqrt[6]{(\sqrt{7} + 3)^6} = \left| 2 - \sqrt{7} \right| - \left| \sqrt{7} + 3 \right| =$

$$= -(2 - \sqrt{7}) - (\sqrt{7} + 3) = -2 + \sqrt{7} - \sqrt{7} - 3 = -5.$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 7 (с. 57-58)

1. $a = -3\sqrt{2} = -\sqrt{3^2 \cdot 2} = -\sqrt{18}$
 $b = -2\sqrt{5} = -\sqrt{2^2 \cdot 5} = -\sqrt{20}$
 $c = -\sqrt{19}$.
 b; c; a.

А	Б	В	Г	Д
			X	

2. а) $\sqrt[3]{6} > \sqrt{2}$ б) $1 > \sqrt[3]{0,16}$ в) $\sqrt[3]{7} > \sqrt[6]{45}$
 $\sqrt[3]{6^2} > \sqrt[2]{3^3}$ $\sqrt[3]{1^3} > \sqrt[3]{0,16}$ $\sqrt[3]{7^2} > \sqrt[6]{45}$
 $\sqrt[6]{36} > \sqrt[6]{8}$ $\sqrt[3]{1} > \sqrt{0,16}$ $\sqrt[6]{49} > \sqrt[6]{45}$

А	Б	В	Г	Д
			X	

г) $\sqrt[6]{7} < \sqrt{2}$ – правильна.
 $\sqrt[6]{7} < \sqrt[2]{2^3}$
 $\sqrt[6]{7} < \sqrt[6]{8}$

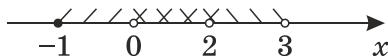
3. $-1,5 \in (-2, 5; -\sqrt{2}]$.

А	Б	В	Г	Д
				X

4. $2025 - (-2019) = 2025 + 2019 = 4044$.

А	Б	В	Г	Д
	X			

5. $[-1; 2) \cap (0; 3) = (0; 2)$.



А	Б	В	Г	Д
		X		

6. $16^{\frac{1}{4}} + 64^{\frac{1}{3}} = (2^4)^{\frac{1}{4}} + (4^3)^{\frac{1}{3}} = 2^{4 \cdot \frac{1}{4}} + 4^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 2 + 4 = 6$.

А	Б	В	Г	Д
	X			

7. $-1 = -\sqrt[4]{1^4} = -\sqrt[4]{1}$
 $-2 = -\sqrt[4]{2^4} = -\sqrt[4]{16}$
 $-3 = -\sqrt[4]{3^4} = -\sqrt[4]{81}$
 $-\sqrt[4]{81} < -\sqrt[4]{48} < -\sqrt[4]{16}$
 $-3 < -\sqrt[4]{48} < -2$

А	Б	В	Г	Д
		X		

8. Якщо $a = 3$, то $a^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[5]{a} \cdot a^{\frac{3}{5}} =$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$= a^{\frac{1}{5}} \cdot a^{\frac{1}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} = a^{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{5}} = a^{\frac{5}{5}} = a = 3.$$

9. $64^{\frac{2}{3}} = (4^3)^{\frac{2}{3}} = 4^{3 \cdot (\frac{2}{3})} = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}.$

А	Б	В	Г	Д
		×		

10. $(\sqrt{3} - 2)^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} + 2} = \sqrt[3]{(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)} = \sqrt[3]{(\sqrt{3})^2 - 2^2} =$
 $= \sqrt[3]{3 - 4} = \sqrt[3]{-1} = -\sqrt[3]{1} = -1.$

А	Б	В	Г	Д
	×			

11. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} + 81^{0,25} - \left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = 4^{\frac{1}{2}} + (3^4)^{0,25} + \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{1}{5}} =$
 $= (2^2)^{\frac{1}{2}} + 3^{4 \cdot 0,25} + \left(\left(\frac{3}{2}\right)^5\right)^{\frac{1}{5}} = 2 + 3 + \left(\frac{3}{2}\right)^{5 \cdot \frac{1}{5}} = 5 + \frac{3}{2} = 5 + 1,5 = 6,5.$

12. Якщо $a = 217$, $b = 111$, то

$$\left(\frac{1}{a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{a - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \frac{a^2 + ab + b^2}{a^3 - b^3} =$$

$$= \left(\frac{a - \cancel{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}} + a + \cancel{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}}{a^2 - \left(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\right)^2}\right)^{-1} + \frac{\cancel{a^2 + ab + b^2}}{(a - b) \cancel{(a^2 + ab + b^2)}} =$$

$$= \left(\frac{2a}{a^2 - ab}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{a - b} = \frac{a(a - b)}{2a} \cdot \frac{1}{a - b} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 8 (с. 67-69)

1. $\frac{4\pi}{9} = \frac{4\cancel{\pi}}{\cancel{9}} \cdot \frac{180^\circ}{\cancel{\pi}} = 4 \cdot 20^\circ = 80^\circ.$

А	Б	В	Г	Д
		×		

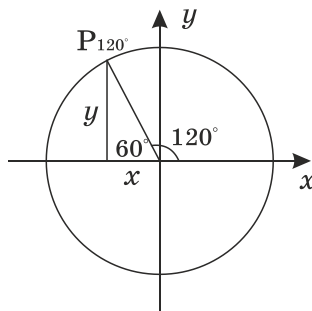
2. $x = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$

$y = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$P_{120^\circ} \left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

$\sin \alpha = y$

$\cos \alpha = x$



А	Б	В	Г	Д
			×	

3. $2012^\circ = 360^\circ \cdot 55 + 320^\circ$

$320^\circ \in \text{IV чв.}$

А	Б	В	Г	Д
			×	

4. $\sqrt{2} \sin 45^\circ - \sqrt{2} \cos(-45^\circ) - 3 \text{tg}(-45^\circ) =$

$= \sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ - \sqrt{2} \cos 45^\circ + 3 \text{tg} 45^\circ = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 \cdot 1 =$
 $= 1 - 1 + 3 = 3.$

А	Б	В	Г	Д
		×		

5. $\sin x = a; |a| \leq 1.$

Немає правильної відповіді

6. $\frac{1 - 5 \cos x}{3} = \frac{1}{3} - \frac{5}{3} \cos x^{-1} = \frac{1}{3} - \frac{5}{3} (-1) =$

$= \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = \frac{6}{3} = 2.$

А	Б	В	Г	Д
				×

7. $\text{tg} \frac{5\pi}{4} \sin \frac{7\pi}{6} = \text{tg} \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) =$

$= \text{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{6} \right) = 1 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2}.$

А	Б	В	Г	Д
			×	

8. $1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cancel{\sin^2 \alpha} + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cancel{\sin^2 \alpha} = 2 \cos^2 \alpha.$

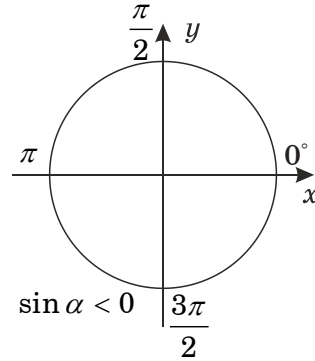
А	Б	В	Г	Д
			×	

9. $\sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha + 3 \cos(-\alpha) = \sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + 3 \cos \alpha =$
 $= \cos \alpha + 3 \cos \alpha = 4 \cos \alpha .$

А	Б	В	Г	Д
		×		

10.

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin^2 \alpha &= 1 - \cos^2 \alpha \\ \sin \alpha &= -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \\ \sin \alpha &= -\sqrt{1 - (-0,6)^2} = \\ &= -\sqrt{1 - 0,36} = -\sqrt{0,64} = -0,8 . \end{aligned}$$



А	Б	В	Г	Д
×				

11. $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,2$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 0,2^2$$

$$\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 0,04$$

$$1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 0,04$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = 0,04 - 1$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = -0,96$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = -0,96 : 2$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = -0,48$$

12. Если $\alpha = 15^\circ$, то

$$\frac{\cos^2 2\alpha - 1}{\sin 2\alpha} + 3 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg}(-\alpha) = \frac{(\cos(15^\circ \cdot 2))^2 - 1}{\sin(15^\circ \cdot 2)} -$$

$$-2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = \frac{(\cos 30^\circ)^2 - 1}{\sin 30^\circ} - 3 \cdot 1 = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 1}{\frac{1}{2}} - 3 =$$

$$= \frac{\frac{3}{4} - 1}{\frac{1}{2}} - 3 = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} - 3 = -\frac{2}{4} - 3 = -\frac{1}{2} - 3 = -3\frac{1}{2} = -3,5 .$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 9 (с. 75-77)

1. $\cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha = 0.$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ = \pi, \quad \alpha + \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\gamma}{2}.$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$\cos \frac{\alpha + \beta}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma}{2}\right) = \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 0,8.$

4. $\sin 25^\circ \cos 5^\circ + \cos 25^\circ \sin 5^\circ = \sin(25^\circ + 5^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

5. $\sin^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{\pi}{12} = -\left(\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}\right) = -\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{12}\right) =$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$= -\cos \frac{\pi}{6} = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$

6. $\sin \alpha \cos \alpha \neq 0.$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. $\frac{2\operatorname{tg}15^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ} = \operatorname{tg}(15^\circ \cdot 2) = \operatorname{tg}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8. $\cos 75^\circ + \cos 15^\circ = \cos(90^\circ - 15^\circ) + \cos 15^\circ =$
 $= \sin 15^\circ + \cos 15^\circ$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$(\sin 15^\circ + \cos 15^\circ)^2 = \sin^2 15^\circ + 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ + \cos^2 15^\circ =$

$= 1 + \sin(2 \cdot 15^\circ) = 1 + \sin 30^\circ = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\sin 15^\circ + \cos 15^\circ = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$

9. $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin 2\alpha = \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha +$
 $+ 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1.$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10. $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \frac{7}{9}}{2} = \frac{\frac{2}{9}}{2}$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{\cancel{2}^1 \cdot 1}{9 \cdot \cancel{2}} = \frac{1}{9}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = -\sqrt{\frac{1}{9}} = -\frac{1}{3}$$

11. $4 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \sin 10^\circ (\cos (50^\circ - 70^\circ) - \cos (70^\circ + 50^\circ)) =$
 $= 2 \sin 10^\circ (\cos (50^\circ - 70^\circ) - \cos (50^\circ + 70^\circ)) = 2 \sin 10^\circ \left(\cos 20^\circ + \frac{1}{2} \right) =$
 $= 2 \sin 10^\circ \cos 20^\circ + \sin 10^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} (\sin (10^\circ + 20^\circ) + \sin (10^\circ - 20^\circ)) +$
 $+ \sin 10^\circ = \sin 30^\circ + (-\sin 10^\circ) + \sin 10^\circ = \frac{1}{2}.$

12. $\operatorname{ctg} \beta = \frac{2}{3} \rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{3}{2}$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{5 + \frac{3}{2}}{1 - 5 \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\frac{10 + 3}{2}}{1 - \frac{15}{2}} = \frac{\frac{13}{2}}{\frac{2 - 15}{2}} = \frac{13 \cdot 3}{3 \cdot (-13)} = -1$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = -1$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 10 (с. 81-82)

1. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 2 \cdot 1 = 2.$

А	Б	В	Г	Д
	X			

2. $\log_2(x-2); x-2 < 0 \rightarrow x > 2; x \neq 2.$

А	Б	В	Г	Д
	X			

3. $\log_2 8 - \log_{25} 5 = \log_2 2^3 - \log_{5^2} 5 =$
 $= 3 \log_2 2 - \frac{1}{-2} \log_5 5 = 3 \cdot 1 + 0,5 \cdot 1 = 3,5.$

А	Б	В	Г	Д
		X		

4. $10^{\log_{100} 9} = 10^{\log_{10^2} 3^2} = 10^{\frac{2}{2} \log_{10} 3} = 10^{\log_{10} 3} = 3.$

А	Б	В	Г	Д
		X		

5. $\log_2 6 + \log_2 3 - \log_2 9 = \log_2 \frac{\cancel{6} \cdot \cancel{3}}{\cancel{9}} = \log_2 2 = 1.$

А	Б	В	Г	Д
	X			

6. $a = \log_{16} 2 = \log_{2^4} 2 = \frac{1}{4} \log_2 2 = \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{4};$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$b = \log_{25} 5 - \log_{5^2} 5 = \frac{1}{2};$

$c = \log_{27} 3 = \log_{3^3} 3 = \frac{1}{3}.$

7. $\log_{11} \sqrt[5]{121} = \log_{11} \sqrt[5]{11^2} = \log_{11} 11^{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}.$

А	Б	В	Г	Д
			X	

8. $5^{2 \log_5 \sqrt[4]{3}} = 5^{\log_5 (\sqrt[4]{3})^2} = 5^{\log_5 \sqrt{3}} = \sqrt{3}$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$1 < \sqrt{3} < 2$

9. $\log_7 49 - \log_{25} 125 = \log_7 7^2 - \log_{5^2} 5^3 = 2 - \frac{3}{2} \log_5 5 =$

А	Б	В	Г	Д
X				

$= 2 - \frac{3}{2} \cdot 1 = 2 - 1 \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$

10. $a = \log_2 5$; $b = \log_2 3$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$\log_2 45 = \log_2 (9 \cdot 5) = \log_2 3^2 + \log_2 5 =$$

$$2 \log_2 3 + \log_2 5 = 2 \cdot b + a = 2b + a.$$

11. $81^{\frac{4}{\log_5 3}} + 27^{\log_9 36} + 3^{\frac{4}{\log_7 9}} = (3^4)^{\frac{1}{\log_5 3}} + (3^3)^{\log_{3^2} 6^2} + 3^{\frac{4}{\log_3 7}} =$

$$= 3^{\frac{4}{\log_5 3}} + 3^{3 \cdot \frac{2}{\log_3 6}} + 3^{\frac{4 \log_3 7}{\log_3 3^2}} = 3^{\frac{4 \log_3 5}{\log_3 5}} + 3^{3 \log_3 6} + 3^{\log_3 7^2} =$$

$$= 3^{\log_3 5^4} + 3^{\log_3 6^3} + 3^{\log_3 7^2} = 5^4 + 6^3 + 7^2 = 625 + 216 + 49 = 890.$$

12. $\lg x = \log_{100} 625 + \log_{100} 9$

$$\lg x = \log_{10^2} 25^2 + \log_{10^2} 3^2$$

$$\lg x = \frac{2}{2} \log_{10} 25 + \frac{2}{2} \log_{10} 3$$

$$\lg x = \lg 25 + \lg 3$$

$$\lg x = \lg 25 \cdot 3 = \lg 75$$

$$x = 75$$

Розділ I

ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ (с. 83-91)

1. $\begin{array}{l|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$\text{НСК}(2; 3) = 6$$

$$40 : 6 = 6 \text{ (ост. 4)}$$

$6 \cdot 6 = 36$ (цукерок) – може бути в коробці, але 36 ділиться на 4, тому найближче число, що ділиться на 2 або 3 є 33.

2. $\underline{64} : (3 + 1) = 64 : 4 = 16.$

А	Б	В	Г	Д
		×		

3. $33 : 3 = 11$ (купок)
 $33 : 4 = 8$ (ост. 1).

А	Б	В	Г	Д
			×	

4. $(410 + n) : 9$, то $n = 9 - (4 + 1) = 4.$

А	Б	В	Г	Д
×				

5. $\overline{12 * 34} : 3$, то $* : 2$

$$(1 + 2 + 2 + 3 + 4) : 3 = 12 : 3 = 4$$

сума цифр ділиться на 3.

А	Б	В	Г	Д
				×

6. $(121 + n) : 5$; $n = 413$

$$(212 + 413) : 5 = \underline{625} : 5 = 125$$

сума цифр закінчується на ..5.

А	Б	В	Г	Д
	×			

7. $\left(1,8 - 1\frac{4}{9}\right) \cdot \frac{5}{16} = \left(1\frac{8}{10} - 1\frac{4}{9}\right) \cdot \frac{5}{16} = \left(1\frac{4^9}{5} - 1\frac{4^5}{9}\right) \cdot \frac{5}{16} =$
- $$= \frac{36 - 20}{45} \cdot \frac{5}{16} = \frac{\cancel{16}}{\cancel{45}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{16}} = \frac{1}{9}$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

8. $\frac{2}{3} \cdot 0,25 + 0,5 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{\cancel{2} \cdot 1}{3 \cdot \cancel{4}_2} + \frac{1}{2} =$
- $$= \frac{1}{6} + \frac{1^3}{2} = \frac{1+3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

А	Б	В	Г	Д
			×	

9. $\frac{1}{3} \cdot 5,6 + 8,5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}(5,6 + 8,5) = \frac{1}{3} \cdot 14,1 = \frac{14,1}{3} = 4,7$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$10. \frac{3}{4} \cdot 360 - 0,35 \cdot 420 = \frac{3 \cdot \cancel{360}^{90}}{\cancel{4}} - 147 = 270 - 147 = 123$$

А	Б	В	Г	Д
				×

$$\begin{array}{r} 0,35 \\ \times \\ \underline{420} \\ 70 \qquad 270 \\ + \quad 140 \qquad - \quad 147 \\ \hline 147,00 \qquad 123 \end{array}$$

$$11. \frac{7^6}{8} > \frac{5^8}{6} - \text{правильна}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$\frac{42}{48} > \frac{40}{48}$$

$$12. \frac{3^6}{4} < \frac{x}{24} < \frac{7^3}{8}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$\frac{18}{24} < \frac{x}{24} < \frac{21}{24}$$

$18 < x < 21$, де x : 19; 20 (два).

$$13. \frac{6^4}{7} < \frac{x}{28} < 1$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\frac{24}{28} < \frac{x}{28} < \frac{28}{28}$$

$24 < x < 28$, де x : 25; 26; 27 (три).

$$14. 7^{100}; 3^{200}; 2^{300}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$7^{100}; (3^2)^{100}; (2^3)^{100}$$

$$7^{100}; 9^{100}; 8^{100}$$

$$7^{100}; 8^{100}; 9^{100}$$

$7^{100}; 2^{300}; 3^{200}$ – в порядку зростання.

А	Б	В	Г	Д
				×

$$15. a = \sqrt{3} \approx 1,7$$

$$b = 7^{\log_7 3} = 3$$

$$c = \frac{3}{2} = 1,5$$

b, a, c .

$$16. a = 3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

$$b = 4 = \sqrt{4^2} = \sqrt{16}$$

$$c = \sqrt{19}$$

$$b < a < c$$

А	Б	В	Г	Д
	<input checked="" type="checkbox"/>			

$$17. a = 5^{\log_5 3} = 3$$

$$b = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2 \log_3 3 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$c = \log_7 9 + \log_7 \frac{1}{9} = \log_7 \left(9 \cdot \frac{1}{9} \right) = \log_7 1 = 0$$

$$c < b < a$$

А	Б	В	Г	Д
		<input checked="" type="checkbox"/>		

$$18. 900 \cdot 0,03 = 27,00 = 27 \text{ (г)} - \text{білків.}$$

А	Б	В	Г	Д
	<input checked="" type="checkbox"/>			

$$19. x + 180 = x \cdot 1,15$$

$$180 = 1,15x - x$$

$$180 = 0,15x$$

$$x = 180 : 0,15$$

$$x = 18000 : 15$$

$$x = 1200$$

А	Б	В	Г	Д
		<input checked="" type="checkbox"/>		

$$20. A_n = A_0 \cdot \left(1 + \frac{P}{100} \right)^n$$

$$5800 = 5000 \cdot \left(1 + \frac{P}{100} \right)$$

$$5800 = 5000 + 50P$$

$$800 = 50P$$

$$P = \frac{800}{50}$$

$$P = 16\%$$

А	Б	В	Г	Д
			<input checked="" type="checkbox"/>	

$$21. 4000 + 4000 \cdot 0,015 = 4000 + 60 = 4060 \text{ (грн).}$$

А	Б	В	Г	Д
		<input checked="" type="checkbox"/>		

$$22. \text{У класі } x \text{ хлопців; } 0,6x \text{ дівчат.}$$

$$\frac{0,6x}{x + 0,6x} = \frac{0,6x}{1,6x} = \frac{0,6}{1,6} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = \frac{375}{1000} = \frac{37,5}{100} = 37,5\% -$$

у класі становлять дівчата.

А	Б	В	Г	Д
			<input checked="" type="checkbox"/>	

$$23. \sqrt[4]{(-5)^4} + \sqrt[5]{(-2)^5} = |-5| + (-2) = 5 - 2 = 3$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$24. \frac{\sqrt[6]{128}}{\sqrt[6]{2}} = \sqrt[6]{\frac{128}{2}} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

А	Б	В	Г	Д
				×

$$25. \sqrt[4]{\sqrt[3]{4^6}} = \sqrt[4]{(2^2)^6} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2$$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$26. \sqrt{25}\sqrt[5]{32} - 49^{\frac{1}{2}} = 5 \cdot \sqrt[5]{2^5} - (7^2)^{\frac{1}{2}} = 5 \cdot 2 - 7 = 3$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$27. \frac{2^{\frac{4}{3}} \cdot 16^{\frac{3}{4}}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{2^{\frac{4}{3}} \cdot (2^4)^{\frac{3}{4}}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^3}{2^{\frac{2}{3}}} = \frac{8}{2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}} =$$

$$= \frac{8}{2^{\frac{2+4}{3}}} = \frac{8}{2^{\frac{6}{3}}} = \frac{8}{2^2} = \frac{8}{4} = 2$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$28. 2\log_3 9 - \log_2 8 = 2\log_3 3^2 - \log_2 2^3 = 2 \cdot 3\log_3 3 -$$

$$- 3\log_2 2 = 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 4 - 3 = 1$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$29. \log_{\frac{1}{6^2}} \sqrt{6} = \log_{\frac{1}{6^2}} 6^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{6^{-2}} 6 = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \log_6 6 = -\frac{1}{4} \cdot 1 = -\frac{1}{4}$$

А	Б	В	Г	Д
				×

$$30. 7^{2\log_7 5} = 7^{\log_7 5^2} = 7^{\log_7 25} = 25$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$31. \log_3 25 + 3\log_3 \frac{3}{5} = \log_3 25 + \log_3 \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \log_3 \left(25 \cdot \frac{9}{25}\right) =$$

$$\log_3 9 = \log_3 3^2 = 2\log_3 3 = 2 \cdot 1 = 2$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$32. \log_5 4 = m$$

$$\log_{25} 16 = \log_{5^2} 4^2 = \frac{2}{2} \log_5 4 = \log_5 4 = m$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$33. \lg b = 5$$

$$\lg(100b^2) = \lg(10^2 b^2) = \lg(10b)^2 = 2\lg(10b) =$$

$$= 2(\lg 10 + \lg b) = 2(1 + \lg b) = 2 \cdot (1 + 5) = 12$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$34. \log_2 \frac{1}{4} + \log_4 16 = \log_2 2^{-2} + \log_{2^2} 2^4 =$$

$$= -2\log_2 2 + \frac{4}{2}\log_2 2 = -2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = -2 + 2 = 0$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$35. \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2 - \text{раціональне число.}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$36. a = \operatorname{tg} 37^\circ$$

$$b = \operatorname{tg} 91^\circ < 0$$

$$c = \operatorname{tg} 180^\circ = 0$$

$$b < c < a$$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$37. a = \sin 7^\circ$$

$$b = \sin 189^\circ = \sin(180^\circ + 9^\circ) = -\sin 9^\circ$$

$$c; a; b$$

А	Б	В	Г	Д
				×

$$38. \sin^4 15^\circ - \cos^4 15^\circ = (\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ)(\sin^2 15^\circ - \cos^2 15^\circ) =$$

$$= 1 \cdot (-(\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ)) = -\cos(2 \cdot 15^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$39. 2 \sin \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{24} = \sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{24} \right) = \sin \frac{\pi}{12} =$$

$$= \sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{6} \right) = 2 \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

А	Б	В	Г	Д
				×

$$40. \left(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \right)^2 = \underline{\cos^2 \frac{\pi}{12}} + 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} + \underline{\sin^2 \frac{\pi}{12}} =$$

$$= 1 + \sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{12} \right) = 1 + \sin \frac{\pi}{6} = 1 + \frac{1}{2} = 1,5$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$41. \sqrt{(2 \sin 60^\circ + 1)^2} - \sqrt{(1 - 2 \cos 30^\circ)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right)^2} - \sqrt{\left(1 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} =$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = |\sqrt{3} + 1| - |1 - \sqrt{3}| =$$

$$= \sqrt{3} + 1 - (-(1 - \sqrt{3})) = \sqrt{3} + 1 + 1 - \sqrt{3} = 2$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$42. \cos \frac{37\pi}{2} + \sin \frac{25\pi}{2} = \cos \left(\frac{36\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \sin \left(\frac{24\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) =$$

$$= \cos \left(18\pi + \frac{\pi}{2} \right) + \sin \left(12\pi + \frac{\pi}{2} \right) = \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} = 0 + 1 = 1$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$43. (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \sin^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$44. \alpha - \beta = 180^\circ; \alpha = \beta + 180^\circ$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = \cos(180^\circ + \beta) + \cos \beta = -\cos \beta + \cos \beta = 0$$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$45. \frac{4 \sin \alpha + \cos \alpha}{2 \sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\frac{4 \sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{4 \operatorname{tg} \alpha + 1}{2 \operatorname{tg} \alpha - 1} =$$

$$= \frac{4 \cdot 2 + 1}{2 \cdot 2 - 1} = \frac{9}{3} = 3$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$46. \frac{2x + 6}{x^2 - 9} = \frac{2(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{2}{x-3}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$47. \frac{2a+1}{a-3} - \frac{2a+3}{3-a} = \frac{2a+1}{a-3} + \frac{2+3}{a-3} =$$

$$= \frac{2a+1+2a+3}{a-3} = \frac{4a+4}{a-3}$$

А	Б	В	Г	Д
			×	

$$48. \frac{m^2 - 1}{7m} : \frac{m+1}{m^2} = \frac{(m-1)(m+1)}{7m} \cdot \frac{m^2}{m+1} =$$

$$= \frac{(m-1)(\cancel{m+1}) \cdot m^2}{7m \cdot (\cancel{m+1})} = \frac{(m-1)m}{7}$$

А	Б	В	Г	Д
				×

$$49. (3m-4)^2 + 24m = (3m)^2 - 2 \cdot 3m \cdot 4 + 4^2 + 24m =$$

$$= 9m^2 - \cancel{24m} + 16 + \cancel{24m} = 9m^2 + 16$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$50. x^4 - x^3 - x + 1 = x^3(x-1) - (x-1) =$$

$$= (x-1)(x^3 - 1) = (x-1)(x-1)(x^2 + x + 1) =$$

$$= (x-1)^2(x^2 + x + 1)$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$51. \frac{2x+y}{x^2-y^2} + \frac{1^{(x-y)}}{x+y} = \frac{2x+y}{(x-y)(x+y)} + \frac{1^{(x-y)}}{x+y} =$$

$$= \frac{2x+y+(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{2x+y+x-y}{(x-y)(x+y)} = \frac{3x}{x^2-y^2}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$52. \frac{m^3-n^3}{m^2-n^2} - \frac{m^2-n^2}{m-n} = \frac{m^3-n^3-(m^2-n^2)(m+n)}{(m-n)(m+n)} =$$

$$= \frac{m^3-n^3-(m^3+m^2n-mn^2-n^3)}{(m-n)(m+n)} =$$

$$= \frac{\cancel{m^3} - \cancel{n^3} - \cancel{m^3} - m^2n + mn^2 + \cancel{n^3}}{(m-n)(m+n)} = \frac{-m^2n + mn^2}{(m-n)(m+n)} =$$

$$= \frac{-mn(\cancel{m-n})}{(\cancel{m-n})(m+n)} = -\frac{mn}{m+n}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

53. Якщо $a = 1,99$, то

$$\frac{a-2}{\sqrt{a^2+4-4a}} = \frac{a-2}{\sqrt{a^2-4a+4}} = \frac{a-2}{\sqrt{(a-2)^2}} = \frac{a-2}{|a-2|} =$$

$$= \frac{1,99-2}{|1,99-2|} = \frac{-2+1,99}{|-0,01|} = \frac{-0,01}{0,01} = -1$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$54. \lg\left(\sin\frac{\pi}{2}\right) = \lg 1 = 0$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$55. \log_2(2 \sin 15^\circ) + \log_2(2 \cos 15^\circ) = \log_2(2 \sin 15^\circ \cdot 2 \cos 15^\circ) =$$

$$= \log_2(2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ \cdot 2) = \log_2(\sin 30^\circ \cdot 2) = \log_2\left(\frac{1}{2} \cdot 2\right) =$$

$$= \log_2 1 = 0$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$56. \log_3 \operatorname{tg} 17^\circ + \log_3 \operatorname{ctg} 17^\circ =$$

$$= \log_3(\operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{ctg} 17^\circ) = \log_3 1 = 0$$

А	Б	В	Г	Д
				×

57. $\log_a b = 5$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$\log_a \sqrt{ab} = \log_a (ab)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a (ab) = \frac{1}{2} (\log_a a + \log_a b) =$$

$$= \frac{1}{2} (1 + \log_a b) = \frac{1}{2} (1 + 5) = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

Якщо $a > 0, b > 0, \lg(ab) = 3$

58. $\lg(25a) + \lg(4b) = \lg(25a \cdot 4b) = \lg(100ab) =$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$= \lg 100 + \lg(ab) = \lg 10^2 + \lg(ab) = 2 \lg 10 + 3 = 2 + 3 = 5$$

59. НСД(34;51) = 17 (команд)

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\begin{array}{r|l} 34 & 2 \quad 51 \\ 17 & 17 \quad 17 \\ 1 & \quad 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \\ 17 \\ 1 \end{array}$$

$34 : 17 = 2$ (дівчинки) в кожній команді.

60. НСК(70;40) = 280 (см) = 2,8 (м).

А	Б	В	Г	Д
		×		

Розділ II. РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 1 (с. 102-103)

1. $-2x = 10$ $x - 3 = -8$
 $x = 10 : (-2)$ $x = -8 + 3$
 $x = -5$ $x = -5$
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| | | | × | |
2. $0x \neq 2$.
 $x \in \emptyset$
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| | | × | | |
3. $x - 7 = -4, 2$
 $x = -4, 2 + 7$
 $x = 2, 8$
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| | × | | | |
4. $1, 5x(x - 4) = 6 - 1, 5x$
 $1, 5x - 6 = 6 - 1, 5x$
 $1, 5x + 1, 5x = 6 + 6$
 $3x = 12$
 $x = 12 : 3$
 $x = 4$
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| | × | | | |
5. $a(a - 5)x = 5 - a$
 $a(a - 5)x - (5 - a) = 0$
 $a(a - 5)x + (a - 5) = 0$
 $(a - 5)(ax + 1) = 0$
 $a - 5 = 0$
 $a = 5$
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| | | × | | |
6. $2x - y = 7$
 $(3; -1)$, то $2 \cdot 3 - (-1) = 6 + 1 = 7$.
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| | | | × | |
7. $\begin{cases} x - y = 2, \\ x + y = 4 \end{cases}$ $(x; y)$ – точка перетину прямих.
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| | | | | × |
- $2x = 6$ $3 + y = 4$
 $x = 6 : 2$ $y = 4 - 3$
 $x = 3$ тоді $y = 1$
- $(3; 1)$.

8.
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 5 \end{cases}$$
 система розв'язку не має.

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{5}$$

9.
$$\begin{cases} 2x - y = 7 & / \times 3 \\ 4x + 3y = -1 \end{cases}$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$\begin{cases} 6x - 3y = 21 \\ 4x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$10x = 20$$

$$x = 20 : 10$$

$$x = 2$$

$$2 \cdot 2 - y = 7$$

$$y = 4 - 7$$

$$y = -3$$

Отже, $(2; -3)$ – розв'язок системи рівнянь.

10.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 & (0; y) \text{ – точка, що належить осі ординат.} \\ 3x - y = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 0 + 3y = 6 & \begin{cases} 3y = 6 \\ -y = a \end{cases} & \begin{cases} y = 6 : 3 \\ -y = a \end{cases} & \begin{cases} y = 2 \\ a = -2 \end{cases} \end{cases}$$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

11.
$$\frac{x-1}{3} + \frac{2x+2}{5} = \frac{5x-2}{6} \quad / \times 30$$

$$10(x-1) + 6(2x+2) = 5(5x-2)$$

$$10x - 10 + 12x + 12 = 25x - 10$$

$$22x + 2 = 25x - 10$$

$$2 + 10 = 25x - 22x$$

$$3x = 12$$

$$x = 12 : 3$$

$$x = 4$$

12.
$$\begin{cases} x + ay = a + 1 \\ -ax - 4y = a \end{cases}$$

$$\frac{1}{-a} = \frac{a}{-4} = \frac{a+1}{a}, \text{ де } a = -2.$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 2 (с. 109-110)

1. $x^2 - 2x = 0.$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{або} \quad x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

А	Б	В	Г	Д
	X			

2. $x^2 + 2x + 3 = 0$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 = 4 - 12 = -8; \quad -8 < 0.$$

Рівняння розв'язків не має.

А	Б	В	Г	Д
		X		

3. $(x + 2)(x - 1) = 4$

$$x^2 - x + 2x - 2 = 4$$

$$x^2 + x - 2 - 4 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = -3, \quad x_2 = 2.$$

А	Б	В	Г	Д
X				

4. $ax^2 - 3x + 4 = 0$

$$a \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 4 = 0$$

$$4a - 6 + 4 = 0$$

$$4a - 2 = 0$$

$$4a = 2$$

$$a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 3x + 8 = 0 \quad / \times 2$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

За теоремою Вієта

$$x_1 \cdot x_2 = 8, \quad x_1 = 2$$

$$2x_2 = 8$$

$$x_2 = 8 : 2$$

$$x_2 = 4$$

А	Б	В	Г	Д
			X	

5. $x^2 - 2x = x + 4$

$$x^2 - 2x - x - 4 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

За теоремою Вієта

$$x_1 = -1 - \text{найменше значення}$$

$$x_2 = 4.$$

А	Б	В	Г	Д
X				

6. $x^2 - 4x - 17 = 0$

За теоремою Вієта

$$x_1 + x_2 = -(-4) = 4$$

А	Б	В	Г	Д
	X			

7. $2x^2 - 5x - 1 = 0$

$$x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{1}{2} = 0$$

За теоремою Вієта

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{2}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Тоді } \frac{1^{x_2}}{x_1} + \frac{1^{x_1}}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{5 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot 1} = 5.$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

8. $\frac{4}{x-5} - \frac{2}{x+5} = \frac{x^2+15}{x^2-25}$

$$\frac{4^{(x+5)}}{x-5} - \frac{2^{(x-5)}}{x+5} - \frac{x^2+15}{(x-5)(x+5)} = 0$$

$$\frac{4(x+5) - 2(x-5) - (x^2+15)}{(x-5)(x+5)} = 0, \quad x \neq \pm 5$$

$$4(x+5) - 2(x-5) - (x^2+15) = 0$$

$$4x + 20 - 2x + 10 - x^2 - 15 = 0$$

$$-x^2 + 2x + 15 = 0 \quad / \times (-1)$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

За теоремою Вієта

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 5 - \text{сторонній корінь.}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

9. $x^3 + 2x^2 + 5x = 0$

$$x(x^2 + 2x + 5) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{або} \quad x^2 + 2x + 5 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 5 = 4 - 20 = -16; \quad -16 < 0$$

рівняння розв'язку не має.

А	Б	В	Г	Д
	×			

10.

$$x^4 - 2x^2 - 3 = 0$$

$$(x^2)^2 - 2x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 = t$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

За теоремою Вієта

$$t_1 = 3, \quad t_2 = -1; \quad -1 < 0$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$11. x^2 + (2m + 1)x + m^2 = 0$$

$$D = (2m + 1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m^2 = 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 = -4m + 1$$

$D = 0$ (рівняння має один розв'язок)

$$-4m + 1 = 0$$

$$-4m = -1$$

$$4m = 1$$

$$m = \frac{1}{4} = 0,25.$$

$$12. \frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{12(x+1)^2 - 2x(x+2) - x(x+2)(x+1)^2}{x(x+2)(x+1)^2} = 0,$$

$$x \neq 0$$

$$x \neq -1$$

$$x \neq -2$$

$$12(x+1)^2 - 2x(x+2) - x(x+2)(x+1)^2 = 0$$

$$t = x + 1 \quad x = t - 1$$

$$12t^2 - 2(t-1)(t+1) - (t-1)(t+1)t^2 = 0$$

$$12t^2 - 2(t^2 - 1) - (t^2 - 1)t^2 = 0$$

$$12t^2 - 2t^2 + 2 - t^4 + t^2 = 0$$

$$t^4 + 11t^2 + 2 = 0$$

$$(t^2)^2 + 11t + 2 = 0$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 2 = 121 - 8 = 112; 112 > 0$$

$$t_1 = \frac{-11 + \sqrt{112}}{2} = \frac{-11 + 4\sqrt{7}}{2} = \frac{4\sqrt{7} - 11}{2} < 0$$

$$t_2 = \frac{-11 - \sqrt{112}}{2} = \frac{-11 - 4\sqrt{7}}{2}$$

$$\frac{4\sqrt{7} - 11}{2} = x + 1$$

$$x_1 = \frac{4\sqrt{7} - 11}{2} - 1 = \frac{4\sqrt{7} - 11 - 2}{2} = \frac{4\sqrt{7} - 13}{2}$$

$$x_2 = \frac{-4\sqrt{7} - 11}{2} - 1 = \frac{-4\sqrt{7} - 11 - 2}{2} = \frac{-4\sqrt{7} - 13}{2}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{4\sqrt{7} - 13}{2} + \frac{-4\sqrt{7} - 13}{2} = \frac{4\sqrt{7} - 13 - 4\sqrt{7} - 13}{2} = \frac{-26}{2} = -13.$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 3 (с. 118-119)

1. $x^2 + 6x + 5 = 0$

За теоремою Вієта

$$x_1 = -5$$

$$x_2 = -1.$$

А	Б	В	Г	Д
		X		

2. $x^2 - 4x + 11 = 0$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 11 = 16 - 44 = -28; \quad -28 < 0.$$

А	Б	В	Г	Д
		X		

3. $2x^2 - 2x - 12 = 2(x^2 - x - 6) = 2(x - 3)(x + 2)$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

За теоремою Вієта

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 3$$

А	Б	В	Г	Д
		X		

4. $\begin{cases} x^2 - y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad (x; y) - \text{розв'язок системи рівнянь}$

$$\begin{cases} x^2 - y = 8 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

$$x^2 - (x - 2) = 0$$

$$x^2 - x + 2 - 8 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

За теоремою Вієта

$$x_1 = -2$$

$$y_1 = -2 - 2 = -4$$

$$(-2; -4)$$

$$x_2 = 3$$

$$y_2 = 3 - 2 = 1$$

$$(3; 1)$$

А	Б	В	Г	Д
		X		

5. $\begin{cases} y + xy = -4 \\ y - xy = 8 \end{cases} \quad (x; y) - \text{розв'язок системи рівнянь}$

$$2y = 4$$

$$2 + 2x = -4$$

$$y = 4 : 2$$

$$2x = -4 - 2$$

$$y = 2$$

$$2x = 6$$

$$x = -6 : 2$$

$$x = -3$$

Отже, $(-3; 2)$.

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$6. \quad \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{y}{3} = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{y} = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (x; y)$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$\begin{cases} \frac{6 + xy}{3x} = \frac{3}{1} \\ \frac{xy + 6}{2y} = \frac{3}{2} \end{cases} \quad x \neq 0$$

$$\begin{cases} 6 + xy = 3 \cdot 3x \\ \frac{xy + 6}{y} = \frac{3}{1} \end{cases} \quad y \neq 0$$

$$\begin{cases} 6 + xy = 9x \\ xy + 6 = 3y \end{cases}$$

$$3y = 9x$$

$$y = \frac{9x}{3}$$

$$y = 3x$$

$$\text{Тоді } x \cdot 3x + 6 = 3 \cdot 3x$$

$$3x^2 + 6 = 9x$$

$$3x^2 - 9x + 6 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

За теоремою Вієта

$$x_1 = 1 \quad y_1 = 3 \cdot 1 = 3 \quad (1; 3)$$

$$x_2 = 2 \quad y_2 = 3 \cdot 2 = 6 \quad (2; 6)$$

$$7. \quad 2 \text{ і } 5 \\ 2 + 5 = 7; 2 \cdot 5 = 10.$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$8. \quad x \text{ кг борошна в II мішку, а в I} - 2x \text{ кг борошна, то} \\ 2x - 5 = 2x + 5 \\ 2x - x = 5 + 5 \\ x = 10 \text{ кг} - \text{ в II мішку.}$$

А	Б	В	Г	Д
×				

9. $d = \frac{n(n-3)}{2}; d = 35$

А	Б	В	Г	Д
				X

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35$$

$$n(n-3) = 35 \cdot 2$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

За теоремою Вієта

$$n_1 = -7; \quad -7 < 0$$

$$n_2 = 10.$$

10. x год – виконує завдання майстер, $(x + 6)$ год – учень, то

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1^{4(x+6)}}{x} + \frac{2^{4x}}{x+6} - \frac{1^{x(x+6)}}{4} = 0$$

$$\frac{4(x+6) + 4x - x(x+6)}{4x(x+6)} = 0, \quad x \neq 0, \quad x \neq -6$$

$$4(x+6) + 4x - x(x+6) = 0$$

$$4x + 24 + 4x - x^2 - 6x = 0$$

$$-x^2 + 2x + 24 = 0 \quad / : (-1)$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0.$$

$$\begin{array}{r|l} 24 & \textcircled{2} \\ 12 & \textcircled{2} \\ 6 & \textcircled{2} \\ 3 & \textcircled{3} \\ 1 & \textcircled{3} \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 6 \end{array}$$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = -4; \quad -4 < 0$$

$$x_2 = 6.$$

Отже, за 6 год виконає завдання майстер, а учень:

$$6 + 6 = 12 \text{ (год)}.$$

11. x км/год – швидкість пішохода;

$(x + 8)$ км/год – швидкість велосипедиста.

$$\frac{24}{x} - \text{час руху пішохода};$$

$$\frac{24}{x+8} - \text{час руху велосипедиста}.$$

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+8} = 4$$

$$\frac{24^{(x+8)}}{x} - \frac{24^x}{x+8} - 4^{x(x+8)} = 0$$

$$\frac{24(x+8) - 24x - 4x(x+8)}{x(x+8)} = 0, \quad x \neq 0, x \neq -8$$

$$24(x+8) - 24x - 4x(x+8) = 0$$

$$\cancel{24x} + 192 - \cancel{24x} - 4x^2 - 32x = 0$$

$$-4x^2 - 32x + 192 = 0 \quad / : (-4)$$

$$x^2 + 8x - 48 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = -12; \quad -12 < 0 - \text{сторонній корінь.}$$

$$x_2 = 4.$$

Отже, 4 км/год – швидкість пішохода.

12. $\overline{ab} = 10a + b$ – дане число.

$$\overline{ba} = 10b + a$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 85 \\ 10a + b + 9 = 10b + a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 85 \\ 10a + b - 10b - a = -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 85 \\ 9a - 9b = -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 85 \\ a - b = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 85 \\ a = b - 1 \end{cases}$$

$$(b-1)^2 + b^2 = 85$$

$$b^2 - 2b + 1 + b^2 = 85$$

$$2b^2 - 2b + 1 - 85 = 0$$

$$2b^2 - 2b - 84 = 0$$

$$b^2 - b - 42 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$b_1 = -6; \quad -6 < 0$$

$$b_2 = 7.$$

$$\text{Тоді } a = 7 - 1 = 6$$

$$\overline{ab} = 10 \cdot 6 + 7 = 67.$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 4 (с. 131-132)

1. Якщо $a > b$, то $-a < -b$.

А	Б	В	Г	Д
				X

2. $-\frac{1}{3}x \geq 6$

А	Б	В	Г	Д
	X			

$$x \leq 6 : \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$x \leq -6 \cdot 3$$

$$x \leq -18 \quad x = (-\infty; -18].$$

3. $0x < 0$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$x \in \emptyset$$

4. $\frac{x-1}{2} + \frac{2x+1}{3} > \frac{x+4}{5}$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$\frac{x-1}{2} + \frac{2x+1}{3} - \frac{x+4}{5} > 0 \quad / \times 30$$

$$15(x-1) + 10(2x+1) - 6(x+4) > 0$$

$$\underline{15x} - 15 + \underline{20x} + 20 - \underline{6x} - 24 > 0$$

$$29x - 19 > 0$$

$$29x > 19$$

$$x > \frac{19}{29}$$

$$x = 1.$$

5.
$$\begin{cases} x-2 \leq 1 \\ -2x < 4 \end{cases}$$

А	Б	В	Г	Д
	X			

$$\begin{cases} x \leq 1+2 \\ x > 4 : (-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3 \\ x > -2 \end{cases} \quad x = (-2; 3]$$

6. $x^2 + x - 6 \geq 0$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$x^2 + x - 6 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -3$$

$$x = (-\infty; -3] \cup [2; \infty).$$

7. $x^2 - 4x + 4 \geq 0$

$$(x - 2)^2 \geq 0$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$x \in R$$

А	Б	В	Г	Д
			⊗	

8. $|x^2 - 2x| = 1$

$$-(x^2 - 2x) = 1$$

$$-x^2 + 2x = 1$$

$$-x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1) = 0$$

$$x = 1$$

або $x^2 - 2x = 1$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) = 4 + 4 = 8; 8 > 0$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(1 + \sqrt{2})}{2} = 1 + \sqrt{2}$$

$$x_2 = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{2} = 1 - \sqrt{2}$$

А	Б	В	Г	Д
				⊗

9. $|x + 1| = \frac{1}{2}x + 2$

$$-(x + 1) = \frac{1}{2}x + 2$$

$$-x - 1 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$-x - \frac{1}{2}x = 2 + 1$$

$$-\frac{3}{2}x = 3$$

$$x = -3 \cdot \frac{2}{3}$$

$$x = -2$$

або $x + 1 = \frac{1}{2}x + 2$

$$x - \frac{1}{2}x = 2 - 1$$

$$\frac{1}{2}x = 1$$

$$x = 1 : \frac{1}{2}$$

$$x = 2$$

А	Б	В	Г	Д
		⊗		

Рівняння має 2 корені.

10. $|x - 1| \leq 3$.

$$-3 \leq x - 1 \leq 3$$

$$-3 + 1 \leq x \leq 3 + 1$$

$$-2 \leq x \leq 4$$

$$x : -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$$

$$\cancel{2} + (\cancel{-1}) + 0 + \cancel{1} + \cancel{2} + 3 + 4 = 7.$$

А	Б	В	Г	Д
				⊗

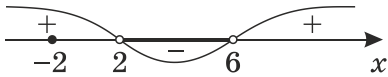
$$11. \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 8x + 12} \leq 0$$

$$\frac{(x+2)^2}{(x-2)(x-6)} \leq 0, \quad x \neq 2, \quad x \neq 6$$

$$(x+2)^2(x-2)(x-6) \leq 0$$

$$(x-2)(x-6) \leq 0$$

$$(x-2)(x-6) = 0 \quad \begin{array}{ll} x-2=0 & x-6=0 \\ x=2 & x=6 \end{array}$$



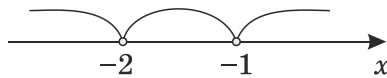
$$x = (2; 6)$$

$$x: 3; 4; 5; -2$$

$$-2 + 3 + 4 + 5 = 10.$$

$$12. |x+1| \geq 2|x+2|$$

$$|x+1| - 2|x+2| \geq 0$$



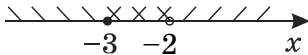
$$1) \quad x < -2$$

$$-(x+1) - 2(-(x+2)) \geq 0$$

$$-x - 1 + 2x + 4 \geq 0$$

$$x + 3 \geq 0$$

$$x \geq -3$$



$$x \in [-3; 2)$$

$$2) \quad -2 \leq x < 1$$

$$-(x+1) - 2(x+2) \geq 0$$

$$-x - 1 - 2x - 4 \geq 0$$

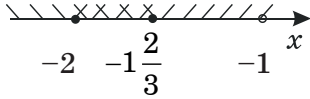
$$-3x - 5 \geq 0$$

$$-5 \geq 3x$$

$$3x \leq -5$$

$$x \leq -\frac{5}{3}$$

$$x \leq -1\frac{2}{3}$$



$$x \in \left[-2; -1\frac{2}{3}\right)$$

3) $x \geq -1$

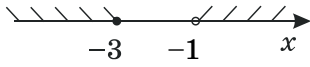
$$x + 1 - 2(x + 2) \geq 0$$

$$x + 1 - 2x - 4 \geq 0$$

$$-x - 3 \geq 0$$

$$-3 \geq x$$

$$x \leq -3$$



$$x \in \emptyset$$

Цілі розв'язки нерівності -3 та -2 .

Їх добуток дорівнює 6 .

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 5 (с. 141-142)

1. $\sqrt{x} = 4$

А	Б	В	Г	Д
X				

$$(\sqrt{x})^2 = 4^2$$

$$x = 16$$

2. $\sqrt[6]{x} = 2$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$(\sqrt[6]{x})^6 = 2^6$$

$$x = 64.$$

3. $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x - 1}$

А	Б	В	Г	Д
		X		

ОДЗ:

$$\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

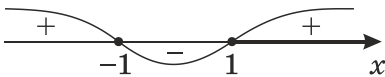
$$\begin{cases} (x - 1)(x + 1) \geq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$(x - 1)(x + 1) \geq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x - 1 = 0 \quad \text{або} \quad x + 1 = 0$$

$$x = 1 \quad \quad \quad x = -1$$



$$x \in [1; \infty)$$

$$(\sqrt{x^2 - 1})^2 = (\sqrt{x - 1})^2$$

$$x^2 - 1 = x - 1$$

$$x^2 - x - 1 + 1 = 0$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x - 1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{або} \quad x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$0 \notin [1; \infty)$$

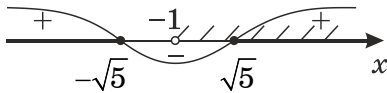
$$1 \in [1; \infty)$$

4. $\sqrt{x^2 - 5} = \sqrt{x + 1}$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x^2 - 5 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) \geq 0 \\ x \geq -1 \end{cases}$$



$$(\sqrt{x^2 - 5})^2 = \sqrt{x + 1}$$

$$x^2 - 5 = x + 1$$

$$x^2 - x - 5 - 1 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = -2 - \text{сторонній корінь}$$

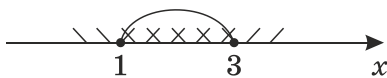
$$x_2 = 3.$$

5. $\sqrt{x - 1} = 3 - x$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ 3 - x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



$$x = [1; 3]$$

$$(\sqrt{x - 1})^2 = (3 - x)^2$$

$$x - 1 = 9 - 6x + x^2$$

$$x^2 - 6x + 9 - x + 1 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 5 - \text{сторонній корінь.}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

А	Б	В	Г	Д
	×			

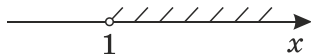
$$6. \quad \frac{6}{\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+1} = 1$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

ОДЗ:

$$x + 1 > 0$$

$$x > -1$$



$$x \in (-1; \infty)$$

$$\sqrt{x+1} = t$$

$$\frac{6}{t} - t = 1$$

$$6 - t^2 - t = 0$$

$$-t^2 - t + 6 = 0$$

$$t^2 + t - 6 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$t_1 = 2$$

$$t_2 = -3 - \text{сторонній корінь.}$$

Тоді

$$\sqrt{x+1} = 2$$

$$(\sqrt{x+1})^2 = 2^2$$

$$x + 1 = 4$$

$$x = 4 - 1$$

$$x = 3$$

$$3 \in (-1; \infty)$$

Відповідь: 3.

$$7. \quad \begin{cases} \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{y} = 4 \\ \sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{y} = 1 \end{cases} \quad | \times (-1)$$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{y} = 4 \\ -\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{y} = 1 \end{cases}$$

$$3\sqrt[4]{y} = 3$$

$$\sqrt[4]{y} = 3 : 3$$

$$\sqrt[4]{y} = 1$$

$$\sqrt[4]{y} = 1$$

$$\left(\sqrt[4]{y}\right)^4 = 1^4$$

$$y = 1$$

Знаходимо відповідне значення x :

$$\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{y} = 4$$

$$\sqrt[3]{x} + 2 \cdot 1 = 4$$

$$\sqrt[3]{x} + 2 = 4$$

$$\sqrt[3]{x} = 4 - 2$$

$$\sqrt[3]{x} = 2$$

$$\left(\sqrt[3]{x}\right)^3 = 2^3$$

$$x = 8$$

Отже, $(8; 1)$

8. $\sqrt{x} < 2$

ОДЗ: $x \geq 0$

$$0 < \sqrt{x} < 2$$

$$0^2 < (\sqrt{x})^2 < 2^2$$

$$0 < x < 4$$

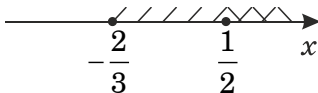
$$x \in (0; 4)$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

9. $\sqrt[4]{2x-1} > \sqrt[4]{3x+2}$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ 3x + 2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x \geq 1 \\ 3x \geq -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \geq -\frac{2}{3} \end{cases}$$



$$x \in \left[\frac{1}{2}; \infty\right)$$

$$\left(\sqrt[4]{2x-1}\right)^4 > \left(\sqrt[4]{3x+2}\right)^4$$

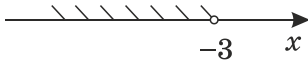
А	Б	В	Г	Д
				×

$$2x - 1 > 3x + 2$$

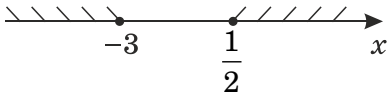
$$-1 - 2 > 3x - 2x$$

$$-3 > x$$

$$x < -3$$



$$x \in (-\infty; -3)$$



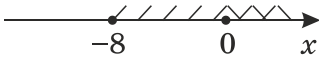
$$x = \emptyset$$

10. $\sqrt{x+8} > 2 + \sqrt{x}$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x + 8 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -8 \\ x \geq 0 \end{cases}$$



$$x \in [0; \infty)$$

$$(\sqrt{x+8} - \sqrt{x}) > 2$$

$$(\sqrt{x+8} - \sqrt{x})^2 > 2^2$$

$$(\sqrt{x+8})^2 - 2\sqrt{x(x+8)} + (\sqrt{x})^2 > 4$$

$$x + 8 - 2\sqrt{x(x+8)} + x > 4$$

$$2x + 4 - 2\sqrt{x(x+8)} > 0 \quad | : 2$$

$$x + 2 - \sqrt{x(x+8)} > 0$$

$$x + 2 > \sqrt{x(x+8)}; \quad x + 2 > 0$$

$$(x + 2)^2 > (\sqrt{x(x+8)})^2$$

$$x^2 + 4x + 4 > x(x + 8)$$

$$x^2 + 4x + 4 > x^2 + 8x$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

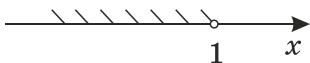
$$4 > x^2 + 8x - x^2 - 4x$$

$$4 > 4x$$

$$4x < 4$$

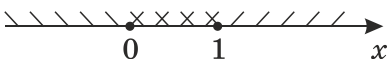
$$x < 4 : 4$$

$$x < 1$$



$$x \in (-\infty; 1)$$

Накладаємо проміжки:



$$x \in [0; 1)$$

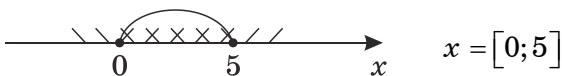
$$x = 0$$

Відповідь: 0.

11. $\sqrt{x} + \sqrt{5-x} = 3$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 5 \end{cases}$$



$$(\sqrt{x} + \sqrt{5-x})^2 = 3^2$$

$$(\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x}\sqrt{5-x} + (\sqrt{5-x})^2 = 9$$

$$x + 2\sqrt{x(5-x)} + 5 - x = 9$$

$$2\sqrt{x(5-x)} + 5 = 9$$

$$2\sqrt{x(5-x)} = 9 - 5$$

$$2\sqrt{x(5-x)} = 4$$

$$\sqrt{x(5-x)} = 4 : 2$$

$$\sqrt{x(5-x)} = 2$$

$$(\sqrt{x(5-x)})^2 = 2^2$$

$$x(5-x) = 4$$

$$5x - x^2 = 4$$

$$-x^2 + 5x - 4 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 4$$

$$x_1 + x_2 = 1 + 4 = 5.$$

12. $\sqrt{3x - x^2} < 4 - x$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 3x - x^2 \geq 0 \\ 4 - x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x < 4 \end{cases}$$

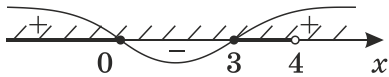
$$\begin{cases} x(x - 3) \leq 0 \\ x < 4 \end{cases}$$

$$x(x - 3) \leq 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{або} \quad x - 3 = 0$$

$$x = 3$$



$$x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$$

$$x = 3$$

Якщо $x = 3$, то

$$\sqrt{3 \cdot 3 - 3^2} < 4 - 3$$

$$\sqrt{9 - 9} < 1$$

$$\sqrt{0} < 1$$

$$0 < 1$$

$$x_{\text{найб.}} = 3$$

Відповідь: 3

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 6 (с. 158-160)

1. $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \arccos \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi^3}{4} + \frac{\pi^4}{3} =$

А	Б	В	Г	Д
				X

$$\frac{3\pi + 4\pi}{12} = \frac{7\pi}{12}.$$

2. $\arcsin 1,2$ – не має змісту
 $\sin x = 1,2; |1,2| > 1$

А	Б	В	Г	Д
			X	

$$x = \emptyset$$

3. $\sin 2x = 1$

А	Б	В	Г	Д
	X			

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

4. I. $\sin 2x = \frac{\pi}{3}; \left| \frac{\pi}{3} \right| < \left| \frac{3,14}{3} \right| = |1,04| > 1$ – рівняння розв’язку

не має.

А	Б	В	Г	Д
	X			

II. $\cos 2x = -\frac{1}{3}; \left| -\frac{1}{3} \right| < 1$ – рівняння має розв’язки.

III. $\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{8} \right) = -1$ – рівняння має розв’язки.

5. $\cos 4x = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \left| -\frac{\sqrt{3}}{2} \right| < 1$, то

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$4x = \pm \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 2\pi k, \quad \text{де } k \in \mathbb{Z}$$

$$4x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 2\pi k, \quad \text{де } k \in \mathbb{Z}$$

$$4x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2\pi k, \quad \text{де } k \in \mathbb{Z}$$

$$4x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad \text{де } k \in \mathbb{Z} \quad \left| \times \frac{1}{4} \right.$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi}{2} k, \quad \text{де } k \in \mathbb{Z}$$

6. $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$$\sin x = t$$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9; 9 > 0; \sqrt{9} = 3$$

$$t_1 = \frac{-1 + 3}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$t_2 = \frac{-1 - 3}{4} = -1$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad \sin x = -1$$

$$x = 30^\circ \quad x = -270^\circ$$

А	Б	В	Г	Д
×				

7. $2 \cos x - \sin^2 x = 2$

$$-\sin^2 x + 2 \cos x - 2 = 0$$

$$\sin^2 x - 2 \cos x - 2 = 0$$

$$(1 - \cos^2 x) - 2 \cos x - 2 = 0$$

$$1 - \cos^2 x - 2 \cos x - 2 = 0$$

$$\cos^2 x + 2 \cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = t$$

$$t^2 + 2t + 1 = 0$$

$$(t + 1)^2 = 0$$

$$t + 1 = 0$$

$$t = -1$$

Тоді

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi n, \text{ де } n \in \mathbb{Z}.$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

8. $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$

$$\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sqrt{3} \cos x}{\cos x} = 0$$

$$\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$$

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$$

$$x = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi n, \text{ де } n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi k, \text{ де } k \in \mathbb{Z}$$

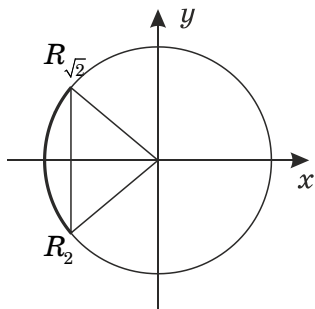
А	Б	В	Г	Д
		×		

9. _____

10. Розв'язати нерівність $\cos x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\arccos x \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$



$$\frac{3\pi}{4} + \pi k \leq x \leq \frac{5\pi}{4} + \pi k, \text{ де } k \in \mathbb{Z}$$

11. $\sin 5x - \sin 3x = 0$

$$2 \sin \frac{5x - 3x}{2} \cos \frac{5x + 3x}{2} = 0$$

$$2 \sin \frac{2x}{2} \cos \frac{8x}{2} = 0$$

$$2 \sin x \cos 4x = 0$$

$$\sin x \cos 4x = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \text{або} \quad \cos 4x = 0$$

$$x = \pi k, \text{ де } k \in \mathbb{Z} \quad 4x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \text{ де } k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, \text{ де } k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}(-1) = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{2} =$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{4\pi}{8} = -\frac{3\pi}{8} = -22,5$$

$$12. \begin{cases} x - y = \frac{2\pi}{3} \\ \sin x + 2 \sin y = 0 \end{cases} \quad (x_0; y_0) - \text{розв'язок системи рівнiнь.}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + y \\ \sin x = -\sin y \end{cases}$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{3} + y\right) = -2 \sin y$$

$$\sin \frac{2\pi}{3} \cos y + \cos \frac{2\pi}{3} \sin y = -2 \sin y$$

$$\sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \cos y + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \sin y = -2 \sin y$$

$$\sin \frac{\pi}{3} \cos y + \left(-\cos \frac{\pi}{3}\right) \sin y = -2 \sin y$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos y - \frac{1}{2} \sin y = -2 \sin y$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos y - \frac{1}{2} \sin y + 2 \sin y = 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos y + \frac{3}{2} \sin y = 0 \quad \Big| : \cos y$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2} \operatorname{tgy} = 0$$

$$\frac{3}{2} \operatorname{tgy} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tgy} = -\frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{3}{2}$$

$$\operatorname{tgy} = -\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{3}$$

$$\operatorname{tgy} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$y = -\frac{\pi}{6} + \pi k, \quad \text{де } k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi k, \quad \text{де } k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{6} + \pi k, \text{ де } k \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \text{ де } k \in Z$$

$$\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; -\frac{\pi}{6} + \pi k \right)$$

$$x_0 + y_0 = \frac{\pi}{2} + \left(-\frac{\pi}{6} \right) = \frac{3\pi - \pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{6}{\pi} \cdot \frac{\pi}{3} = 2$$

Відповідь: 2

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 7 (с. 172-173)

1. $9^x = 27$

$(3^2)^x = 3^3$

$3^{2x} = 3^3$

$2x = 3$

$x = 3 : 2$

$x = 1,5$

А	Б	В	Г	Д
	×			

2. $4^{2x-x^2} = 1; 1 = 4^0$

ОДЗ: $x \in \mathbb{R}$

$4^{2x-x^2} = 4^0$

$2x - x^2 = 0$

$-x(x - 2) = 0$

$x(x - 2) = 0$

$x = 0; x - 2 = 0$

$x = 2$

А	Б	В	Г	Д
				×

3. $2^{x+2} + 2^x = 2,5$

$2^x \cdot 2^2 + 2^x = \frac{25}{10}$

$4 \cdot 2^x + 2^x = \frac{5}{2}$

$5 \cdot 2^x = \frac{5}{2}$

$2^x = \frac{5}{2} : 5$

$2^x = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{5}$

$2^x = \frac{1}{2}$

$2^x = 2^{-1}$

$x = -1$

А	Б	В	Г	Д
×				

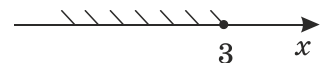
4. $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \frac{1}{27}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \left(\frac{1}{3}\right)^3; 0 < \frac{1}{3} < 1$

$x \leq 3$

$x = (-\infty; 3]$

А	Б	В	Г	Д
		×		



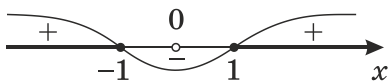
5. $\log_2 x = 3$ ОДЗ: $x > 0, x \in (0; \infty)$
 $x = 2^3$
 $x = 8$

А	Б	В	Г	Д
		×		

6. $\log_3(2x - 1) = \log_3(x^2 - 1)$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x > 1 \\ (x - 1)(x + 1) > 0 \end{cases} \quad x > \frac{1}{2}$$



$$x \in (0; \infty)$$

$$2x - 1 = x^2 - 1$$

$$x^2 - 1 - 2x + 1 = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x = 0 \quad \text{або} \quad x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

Відповідь: 2

7. $\log_3(3^x - 6) = x - 1$

А	Б	В	Г	Д
				×

ОДЗ:

$$\begin{cases} 3^x - 6 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3^x > 6 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$3^{x-1} = 3^x - 6$$

$$3^x \cdot 3^{-1} = 3^x - 6$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3^x = 3^x - 6$$

$$6 = 3^x - \frac{1}{3} \cdot 3^x$$

$$6 = \frac{2}{3} \cdot 3^x$$

$$3^x = 6 : \frac{2}{3}$$

$$3^x = 6 \cdot \frac{3}{2}$$

$$3^x = 3^2$$

$$x = 2.$$

8. $\log_3(x-1) \leq 2$; $1 = \log_3 3$

А	Б	В	Г	Д
			×	

ОДЗ:

$$x - 1 > 0$$

$$x > 1$$

$$\log_3(x-1) \leq 2 \log_3 3$$

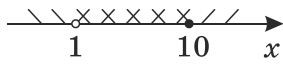
$$\log_3(x-1) \leq \log_3 3^2$$

$$\log_3(x-1) \leq \log_3 9; 3 > 1$$

$$x - 1 \leq 9$$

$$x \leq 9 + 1$$

$$x \leq 10$$



$$x = (1; 10]$$

9. $\log_{0,2}(x-3) > \log_{0,2}(9-x)$; $0 < 0,2 < 1$

А	Б	В	Г	Д
		×		

ОДЗ:

$$\begin{cases} x - 3 > 0 \\ 9 - x > 0 \end{cases} \begin{cases} x > 3 \\ x < 9 \end{cases}$$



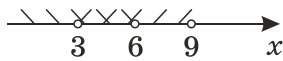
$$x = (3; 9)$$

$$x - 3 < 9 - x$$

$$x + x < 9 + 3$$

$$2x < 12$$

$$x < 6$$



$$x = (3; 6)$$

10. $\begin{cases} 3^x \cdot 4^y = 36 \\ 3^y \cdot 4^x = 48 \end{cases}$ $(x; y)$ – розв'язок системи рівнянь.

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\begin{cases} 3^x \cdot 4^y = 3^2 \cdot 4^1 & 36 & 2 & 36 = 3^2 \cdot 4^1 \\ 3^y \cdot 4^x = 3^1 \cdot 4^2 & 18 & 2 \\ & 9 & 3 \\ & 3 & 3 \\ & 1 & \end{cases}$$

$$\begin{array}{l|l} \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1 \end{array} \right. & \begin{array}{l} 48 \\ 24 \\ 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{array} & 48 = 4^2 \cdot 3 \end{array}$$

Отже, (2; 1).

11. $3^{2x-3} - 4 \cdot 3^{x-2} + 1 = 0$

$$(3^x)^2 \cdot 3^{-3} - 4 \cdot 3^x \cdot 3^{-2} + 1 = 0$$

$$(3^x)^2 \cdot \frac{1}{27} - \frac{4}{9} \cdot 3^x + 1 = 0$$

$$\frac{1}{27} \cdot (3^x)^2 - \frac{4}{9} \cdot 3^x + 1 = 0$$

$$3^x = t$$

$$\frac{1}{27} \cdot t^2 - \frac{4}{9} \cdot t + 1 = 0 \quad / \times 27$$

$$t^2 - 12t + 27 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$t_1 = 3, t_2 = 9$$

Тоді

$$3^x = 3 \quad 3^x = 9$$

$$x_1 = 1 \quad 3^x = 3^3$$

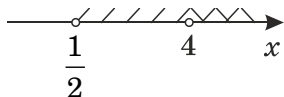
$$x_2 = 2$$

$$x_1 + x_2 = 1 + 2 = 3.$$

$$12. \log_2(x-4) + \log_2(2x-1) = 2\log_2 3$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x-4 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 4 \\ 2x > 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 4 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$



$$x = (4; \infty)$$

$$\log_2(x-4)(2x-1) = \log_2 3^2; \quad 2 > 1$$

$$(x-4)(2x-1) = 9$$

$$2x^2 - 9x + 4 - 9 = 0$$

$$2x^2 - 9x + 5 = 0$$

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 81 + 40 = 121; \quad 121 > 0$$

$$\sqrt{121} = 11$$

$$x_1 = \frac{9+11}{2 \cdot 2} = \frac{20}{4} = 5$$

$$x_2 = \frac{9-11}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \text{ — сторонний корень.}$$

Відповідь: 5.

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 8 (с. 182-183)

1. $(a^2 - 4)x = a + 2$

$$x = \frac{a + 2}{a^2 - 4}$$

$$x = \frac{a + 2}{(a - 2)(a + 2)}$$

А	Б	В	Г	Д
	X			

2. $(b^2 - 1)x = b - 1$

$$(b - 1)(b + 1)x = b - 1$$

$$x = 0, \text{ то}$$

$$b - 1 = 0$$

$$b = 1$$

А	Б	В	Г	Д
	X			

3. $ax^2 + 2x - 1 = 0$

$$D = 2^2 - 4a \cdot (-1) = 4 + 4a; D = 0$$

$$4 + 4a = 0$$

$$4(1 + a) = 0$$

$$1 + a = 0$$

$$a = -1$$

А	Б	В	Г	Д
	X			

4. $x^2 + bx + 9 = 0$

$$D = b^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = b^2 - 36; D > 0$$

$$b^2 - 36 > 0$$

$$b^2 - 6^2 > 0$$

$$(b - 6)(b + 6) > 0$$

$$(b - 6)(b + 6) = 0$$

$$b - 6 = 0 \quad \text{або} \quad b + 6 = 0$$

$$b = 6 \quad \quad \quad b = -6$$

$$D = b^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = b^2 - 36; D > 0$$

$$b < -6; \quad b > 6$$

А	Б	В	Г	Д
				X

5. $\frac{1}{a}x^2 - \frac{2}{a}x + 1 = 0 \quad / \times a, \quad a \neq 0$

$$x^2 - 2x + a = 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot a = 4 - 4a; D \geq 0$$

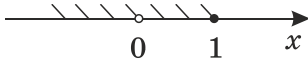
$$4 - 4a \geq 0$$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$4(1-a) \geq 0$$

$$1-a \geq 0$$

$$a \leq 1$$



$$x = (-\infty; 0) \cup (0; 1]$$

6. $4 \cdot 3^x + 8 = a + a \cdot 3^x$

$$4 \cdot 3^x - a \cdot 3^x = a - 8$$

$$3^x(4-a) = a-8$$

$$3^x = \frac{a-8}{4-a}$$

$$3^x = -\frac{a-8}{a-4}; \quad 3^x > 0$$

$$-\frac{a-8}{a-4} > 0$$

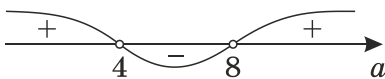
$$\frac{a-8}{a-4} < 0$$

$$(a-8)(a-4) < 0$$

$$(a-8)(a-4) = 0$$

$$a-8=0 \quad \text{або} \quad a-4=0$$

$$a=8 \quad \quad \quad a=4$$



$$a = (4; 8).$$

7. $(a^2 - 1)x > a - 1$, якщо $-1 < a < 1$

$$a-1=0$$

$$a=1$$

$$x > \frac{a-1}{a^2-1}$$

$$x > \frac{\cancel{a-1}}{(\cancel{a-1})(a+1)}$$

$$x > \frac{1}{a+1}$$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$8. \begin{cases} ax + 3y = 1 \\ 27x + ay = 3 \end{cases}$$

$$\frac{a}{27} = \frac{3}{a} \neq \frac{1}{3}$$

$$a^2 = 27 \cdot 3$$

$$a^2 = 81$$

$$a = \pm\sqrt{81}$$

$$a = \pm 9$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$9. \sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{9 - x^2} = x + 3$$

$$\sqrt{x^2 - 9} = 0;$$

$$\sqrt{9 - x^2} = 0;$$

$$x + 3 = 0$$

$$\left(\sqrt{x^2 - 9}\right)^2 = 0^2$$

$$\left(\sqrt{9 - x^2}\right)^2 = 0^2$$

$$\underline{x = -3}$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$9 - x^2 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x = \pm 3$$

$$\underline{x = -3}$$

$$\underline{x = -3}$$

$$x = 3$$

$$x = 3$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$10. 1 - x^4 > \sqrt{1 + |x|}$$

$$\sqrt{1 + |x|} < 1 - x^4$$

Оскільки $|x| \geq 0$, то $1 + |x| \geq 1$; $\sqrt{1 + |x|} \geq 1$

$$x^4 \geq 0; -x^4 \leq 0; -x^4 + 1 \leq 1$$

Тому нерівність розв'язку не має.

А	Б	В	Г	Д
				×

$$11. \log_3(ax) = 2\log_3(x + 3)$$

$$\log_3(ax) = \log_3(x + 3)^2$$

$$ax = (x + 3)^2$$

$$ax = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 + (6 - a)x + 9 = 0$$

$$D = (6 - a)^2 - 4 \cdot 9 = 6^2 - 12a + a^2 - 36 =$$

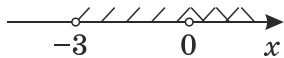
$$= 36 - 36 + a^2 - 12a = a^2 - 12a; D > 0$$

ОДЗ:

$$ax > 0; x > 0$$

$$x + 3 > 0$$

$$x > -3$$



$$a^2 - 12a > 0$$

$$a(a - 12) > 0$$

$$a(a - 12) = 0$$

$$a = 0$$

або

$$a - 12 = 0$$

$$a = 12$$



$$a = 13$$

Відповідь: 13.

12. $x^4 + x - 5 = 0$

$$x^4 = 5 - x$$

$$x^4 \geq 0 \quad 5 - x \geq 0$$

$$x \leq 5$$

Розділ II

ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ (с. 184-193)

1. (1) $x^2 = 5$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$x = \pm\sqrt{5}$

(2) $\sin x = \sqrt{3} - 1; |\sqrt{3} - 1| < 0$

$x = (-1)^n \arcsin(\sqrt{3} - 1) + \pi n, n \in Z$

(3) $|x - 3| = -1; -1 < 0$

$x = \emptyset$

(4) $\cos x = -\frac{\pi}{3}; \left| -\frac{\pi}{3} \right| > 1; \pi \approx 3,14$

2. $x^3 - 4|x| = 0$

А	Б	В	Г	Д
		×		

1) $x \geq 0$

$x^3 - 4x = 0$

$x(x^2 - 4) = 0$

$x(x - 2)(x + 2) = 0$

$x = 0; x - 2 = 0$ або $x + 2 = 0$
 $x = 2$

2) $x < 0$

$x^3 + 4x = 0$

$x(x^2 + 4) = 0$

$x = 0; x^2 + 4 \neq 0$

3. $x|x| - 2x = 0$

А	Б	В	Г	Д
	×			

1) $x < 0$

$-x^2 - 2x = 0$

$-x(x + 2) = 0$

$x(x + 2) = 0$

$x = 0$ або $x + 2 = 0$
 $x = -2$

2) $x \geq 0$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x - 2) = 0$

$x = 0$ або $x - 2 = 0$
 $x = 2$

4. $|x + 2| = 5$

А	Б	В	Г	Д
		×		

1) $x < -2$

$-(x + 2) = 5$

$-x - 2 = 5$

$-x = 5 + 2$

$-x = 7$

$x_1 = -7$

$x_1 + x_2 = -7 + 3 = -4$

2) $x \geq 2$

$x + 2 = 5$

$x = 5 - 2$

$x_2 = 3$

5. $\frac{3}{x} = 5; x \neq 0$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$5x = 3$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$x = 0,6$$

6. $|x^2 + 2x| = 1$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$x^2 + 2x = -1 \quad \text{або} \quad x^2 + 2x = 1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \quad x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0 \quad D = 2^2 - 4 \cdot (-1) = 4 + 4 = 8, 8 > 0; \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$x+1 = 0$$

$$x = -1$$

$$x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{2} = \frac{\cancel{2}(-1 + \sqrt{2})}{\cancel{2}} = \sqrt{2} - 1$$

$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{2}}{2} = \frac{\cancel{2}(-1 - \sqrt{2})}{\cancel{2}} = -1 - \sqrt{2}$$

7. $x^2 - 5x - 2 = 0$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 25 + 8 = 34; 34 > 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = -2$$

8. $x^2 + 7x - 3 = 0$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$x_1 + x_2 = -7$$

9. $x^2 - 2x + 7 = 0$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 7 = 4 - 28 = -24; -24 < 0$$

10. $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3} = 0$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$x^2 + 2x - 3 \neq 0$$

За теоремою Вієта: $x_1 = -3, x_2 = 1$. Отже,

$$x \neq -3$$

$$x \neq 1$$

$$\frac{(x-1)(x+1)}{(x+3)(x-1)} = 0$$

$$\frac{x+1}{x+3} = 0$$

$$x+1 = 0$$

$$x = -1$$

11. $3x - y = 10; (3; -1)$

$$3 \cdot 3 - (-1) = 9 + 1 = 10$$

А	Б	В	Г	Д
			⊗	

12. $3^x = \frac{1}{81}$

$$3^x = \frac{1}{3^4}$$

$$3^x = 3^{-4}$$

$$x = -4$$

$$-4 \in [-4; 0)$$

А	Б	В	Г	Д
				⊗

13. $2^x = \frac{3\sqrt{2}}{6}$

$$2^x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2^x = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^1}$$

$$2^x = 2^{\frac{1}{2}-1}$$

$$2^x = 2^{-\frac{1}{2}}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -0,5$$

А	Б	В	Г	Д
	⊗			

14. $2^x = 9$

$$3 < \log_2 9 < 4$$

$$1 = \log_2 2$$

$$2 = \log_2 4$$

$$3 = \log_2 8$$

$$4 = \log_2 16$$

А	Б	В	Г	Д
			⊗	

15. а) $0 \cdot x = 5$
 $x \in \emptyset$

б) $2(x - 1) = 2x$
 $2x - 2 = 2x$
 $2x - 2x = 2$
 $0x = 2$
 $x \in \emptyset$

в) $3x = 2x - 4$
 $3x - 2x = -4$
 $x = -4$

А	Б	В	Г	Д
				✗

г) $4x = 4(x + 1)$
 $4x = 4x + 4$
 $4x - 4x = 4$
 $0x = 4$
 $x \in \emptyset$

д) $3(x - 2) = 3x - 6$
 $3x - 6 = 3x - 6$
 $3x - 3x = 6 - 6$
 $0x = 0$

16. $x - y = 5$ (3; -2)
 $3 - (-2) = 3 + 2 = 5$

А	Б	В	Г	Д
		✗		

17. $3^{x^2+1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{1-2x}$

$$3^{x^2+1} = (3^{-2})^{1-2x}$$

$$3^{x^2+1} = 3^{-2+4x}$$

$$x^2 + 1 = -2 + 4x$$

$$x^2 + 1 + 2 - 4x = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

За теоремою Вієта: $x_1 = 1$, $x_2 = 3$

$$x_1 + x_2 = 1 + 3 = 4$$

18. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $y = 3$

(x ; y) – точка перетину графіків функції.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 3$$

$$3^{-x} = 3^1$$

$$-x = 1$$

$$x = -1$$

А	Б	В	Г	Д
	✗			

19. $\sqrt[4]{x^2 - 9}$

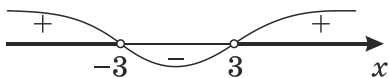
ОДЗ:

$$x^2 - 9 > 0$$

$$(x - 3)(x + 3) > 0$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x_1 = 3; x_2 = -3$$



$$\left(\sqrt{x^2 - 9}\right)^4 = 2$$

$$x^2 - 9 = 16$$

$$x^2 = 16 + 9$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

Відповідь: ± 5 .

А	Б	В	Г	Д
		X		

20. $3^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1}$

$$3^{x-2} = (3^{-1})^{2x-1}$$

$$3^{x-2} = 3^{-2x+1}$$

$$x - 2 = -2x + 1$$

$$x + 2x = 1 + 2$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

А	Б	В	Г	Д
		X		

21. $\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 2}$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) \geq 0 \end{cases}$$

$$(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x - \sqrt{2} = 0 \quad \text{або} \quad x + \sqrt{2} = 0$$

$$x = \sqrt{2} \quad \quad \quad x = -\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{x})^2 = (\sqrt{x^2 - 2})^2$$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$x = x^2 - 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = -1$$

$$-1 \notin [\sqrt{2}; \infty)$$

$$2 \in [2; \infty)$$

22. $\sin x = \sqrt{2}; \quad |\sqrt{2}| > 1$

$$x = \emptyset$$

А	Б	В	Г	Д
				⊗

23. $2\sqrt{2} \sin x = \sqrt{6}$

$$\sin x = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \pi k, \text{ де } k \in Z$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi k, \text{ де } k \in Z$$

24. $\sin(4x) = 1$

$$4x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad k \in Z \quad | \times \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{2\pi k}{4}, \text{ де } k \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, \text{ де } k \in Z$$

25. $2 \cos x = 1$

$$\cos x = \frac{1}{2}; \quad \left| \frac{1}{2} \right| < 1$$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi k, \text{ де } k \in Z$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \text{ де } k \in Z$$

А	Б	В	Г	Д
	⊗			

А	Б	В	Г	Д
				⊗

А	Б	В	Г	Д
⊗				

$$26. \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{x}{2} = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi k, \text{ де } k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} + \pi k, \text{ де } k \in \mathbb{Z} \quad | \times 2$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \text{ де } k \in \mathbb{Z}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$27. \sin x - \cos x = 0 \quad | : \cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\cos x} = 0$$

$$\operatorname{tg} x - 1 = 0$$

$$\operatorname{tg} x = 1$$

$$x = \operatorname{arctg} 1 + \pi k, \text{ де } k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \text{ де } k \in \mathbb{Z}$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$28. \cos^2 x = 3 \cos x$$

$$(\cos x)^2 - 3 \cos x = 0$$

$$\cos x (\cos x - 3) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \text{або} \quad \cos x - 3 = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad \cos x = 3; \quad |3| > 1$$

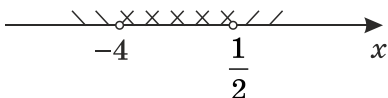
$$x \in \emptyset$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$29. \log_3 (x + 4) = \log_3 (1 - 2x)$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x + 4 > 0 \\ 1 - 2x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -4 \\ 1 > 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x > -4 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}$$



$$x \in \left(-4; \frac{1}{2} \right)$$

$$x + 4 = 1 - 2x$$

$$x + 2x = 1 - 4$$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$3x = -3$$

$$x = -1$$

$$-1 \in \left(-4; \frac{1}{2}\right)$$

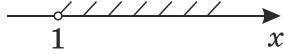
30. $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = 4$

А	Б	В	Г	Д
		×		

ОДЗ:

$$x - 1 > 0$$

$$x > 1$$



$$x \in (1; \infty)$$

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = 4 \cdot 1$$

$$1 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}$$

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = 4 \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}$$

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^4$$

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_{\sqrt{2}} 4$$

$$x - 1 = 4$$

$$x = 4 + 1$$

$$x = 5$$

$$5 \in (1; \infty)$$

31. $x^2 = a + 1$

Якщо $x^2 = 0$, то $a + 1 = 0$

$$a = -1$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

32. $x^2 + 2x + a = 0$

Якщо $D = 0$, то рівняння має один розв'язок.

$$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot a = 4 - 4a$$

$$4 - 4a = 0$$

$$4(1 - a) = 0$$

$$1 - a = 0$$

$$a = 1$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$33. \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}; \quad d - ?$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{d} = \frac{f - F}{Ff}$$

$$d = \frac{Ff}{f - F}$$

$$34. \quad m = 1 - \frac{P}{l}, \quad l - ?$$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$\frac{P}{l} = \frac{1 - m}{1}$$

$$l = \frac{P}{1 - m}$$

$$35. \quad \frac{C}{1} = \frac{4m}{a^2}, \quad a > 0, \quad m > 0, \quad c > 0$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$a^2 = \frac{4m}{C}$$

$$a = \sqrt{\frac{4m}{C}}$$

$$a = 2\sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$36. \quad x^2 > 2x$$

А	Б	В	Г	Д
			×	

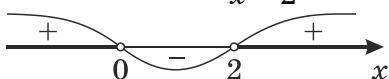
$$x^2 - 2x > 0$$

$$x(x - 2) > 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{або} \quad x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

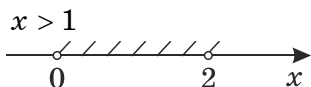


$$x \in (-\infty; 0) \cup (2; \infty)$$

37. $x + \frac{1}{x-2} > \frac{1}{x-2} + 1$

А	Б	В	Г	Д
				⊗

$$x + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-2} > 1, \quad x \neq 2$$



$$x \in (1; 2) \cup (2; \infty)$$

38. Якщо $a > b$, то хибна нерівність $a - 2 < b - 2$

А	Б	В	Г	Д
	⊗			

($a - 2 > b - 2$ - правильна).

39. $x^2 + x \geq 0$

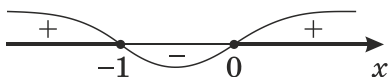
А	Б	В	Г	Д
		⊗		

$$x(x+1) \geq 0$$

$$x(x+1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{або} \quad x + 1 = 0$$

$$x = -1$$



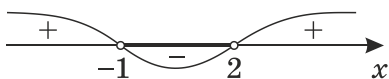
$$x \in (-\infty; -1] \cup [0; \infty)$$

40. $x^2 - x - 2 < 0$

А	Б	В	Г	Д
		⊗		

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 2$$

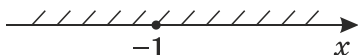


$$x \in (-1; 2)$$

$$x = 0$$

41. $(x+1)^2 \geq 0$

А	Б	В	Г	Д
		⊗		



42. Якщо $m > n$, то $-\frac{m}{2} < -\frac{n}{2}$

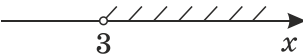
А	Б	В	Г	Д
		⊗		

$m : (-2) < n : (-2)$ (знак нерівності змінюється на протилежний).

43. $\frac{x^2 + 1}{x - 3} > 0, x \neq 3$

$$(x^2 + 1)(x - 3) > 0; \quad x^2 + 1 > 0$$

$$x - 3 > 0$$

$$x > 3$$


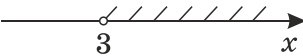
$$x \in (3; \infty)$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

44. $\frac{x - 3}{x^2 + 4} > 0$

$$(x - 3)(x^2 + 4) > 0; \quad x^2 + 4 > 0$$

$$x - 3 > 0$$

$$x > 3$$


$$x \in (3; \infty)$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

45. $\frac{x^2 + x - 2}{x - 1} \geq 0, x \neq 1$

$$(x^2 + x - 2)(x - 1) \geq 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

За теоремою Вієта:

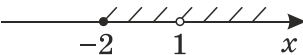
$$x_1 = -2, \quad x_2 = 1$$

$$(x + 2)(x - 1)(x - 1) \geq 0$$

$$(x + 2)(x - 1)^2 \geq 0$$

$$(x - 1)^2 \geq 0$$

$$x + 2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$


$$x \in [-2; 1) \cup (1; \infty]$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

46. $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 2y - 3x = 7 \end{cases}$ $(x; y)$ – розв’язок системи рівнянь.

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \mid \times 3 \\ -3x + 2y = 7 \mid \times 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 9y = 12 \\ -6x + 4y = 14 \end{cases}$$

$$13y = 26$$

$$y = 26 : 13$$

$$y = 2$$

Знаходимо відповідне значення x :

$$2x + 3y = 4, \text{ де } y = 2$$

$$2x + 3 \cdot 2 = 4$$

$$2x + 6 = 4$$

$$2x = 4 - 6$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

Отже, $(-1; 2)$ – розв’язок системи рівнянь.

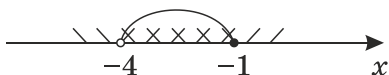
47. $\begin{cases} 3 + x \leq 2 \\ x - 4 < 2x \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$\begin{cases} x \leq 2 - 3 \\ -4 < 2x - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ -4 < x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ x > -4 \end{cases}$$



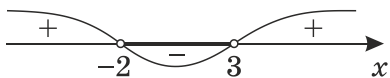
$$x \in (-4; -1]$$

48. $x^2 - x - 6 < 0$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

За теоремою Вієта: $x_1 = -2, x_2 = 3$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



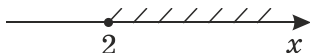
$$x \in (-2; 3)$$

$$x : -1; 0; 1; 2$$

$$-1 + 0 + 1 + 2 = 2$$

49. $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{9}$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^2; \quad 0 < \frac{1}{3} < 1, \text{ то } x \geq 2$$



$$x \in [2; \infty)$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

50. $\sqrt[3]{x} \geq 4$ ОДЗ: $x \in R$

$$\sqrt[3]{64} \geq 4$$

$$\sqrt[3]{4^3} \geq 4$$

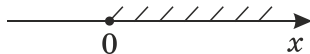
$$4 \geq 4$$

$$\text{або } \sqrt[3]{x} - 4 = \sqrt[3]{64} - 4 = \sqrt[3]{4^3} - 4 = 4 - 4 = 0 \geq 0$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

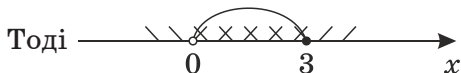
51. $\log_{\frac{1}{7}} x \geq \log_{\frac{1}{7}} 3; \quad 0 < \frac{1}{7} < 1$

$$\text{ОДЗ: } x > 0$$



$$x \in (0; \infty)$$

$$x \leq 3$$

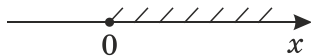


$$x \in (0; 3]$$

А	Б	В	Г	Д
				×

52. $\log_2 0,5 \cdot \log_2 x > 0$

ОДЗ: $x > 0$



$x \in (0; \infty)$

$\log_2 \frac{1}{2} \cdot \log_2 x > 0$

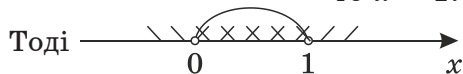
$\log_2 2^{-1} \cdot \log_2 x > 0$

$-\log_2 2 \cdot \log_2 x > 0; \log_2 2 = 1$

$-\log_2 x > 0$

$\log_2 x < 0$

$\log_2 x < \log_2 1; 2 > 0, \text{ то } x < 1.$

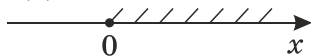


$x \in (0; 1)$

А	Б	В	Г	Д
		×		

53. $\log_{\frac{1}{2}} 3 \cdot \log_{\frac{1}{3}} x \geq 0$

ОДЗ: $x > 0$



$x \in (0; \infty)$

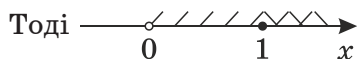
$\log_{2^{-1}} 3 \cdot \log_{3^{-1}} x \geq 0$

$(-1) \cdot (-1) \log_2 3 \log_3 x \geq 0$

$\log_2 3 \log_3 x \geq 0; \log_2 3 > 0$

$\log_3 x \geq 0$

$\log_3 x \geq \log_3 1; 3 > 1, \text{ то } x \geq 1$



$x \in [1; \infty)$

А	Б	В	Г	Д
		×		

54. $\log_4 (x+1) \geq \log_4 (3-x)$

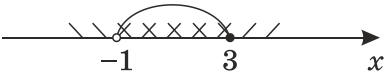
ОДЗ:

$$\begin{cases} x+1 > 0 \\ 3-x > 0 \end{cases}$$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$\begin{cases} x > -1 \\ 3 > x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x < 3 \end{cases}$$



$$x \in (-1; 3)$$

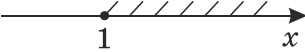
$$x + 1 \geq 3 - x$$

$$x + x \geq 3 - 1$$

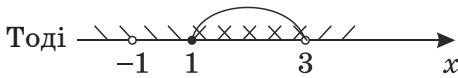
$$2x \geq 2$$

$$x \geq 2 : 2$$

$$x \geq 1$$



$$x \in [1; \infty)$$



$$x \in [1; 3)$$

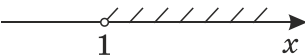
55. $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -1$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ОДЗ:

$$x - 1 > 0$$

$$x > 1$$



$$x \in (1; \infty)$$

$$\log_{2^{-1}}(x-1) \geq -1$$

$$-1 \cdot \log_2(x-1) \geq -1$$

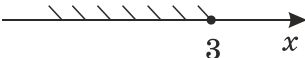
$$\log_2(x-1) \leq 1$$

$$\log_2(x-1) \leq \log_2 2; 2 > 1$$

$$x - 1 \leq 2$$

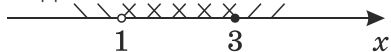
$$x \leq 2 + 1$$

$$x \leq 3$$



$$x \in (-\infty; 3]$$

Тоді



$$x \in (1; 3]$$

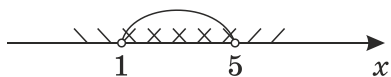
56. $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(5-x)$, $0 < \frac{1}{2} < 1$

А	Б	В	Г	Д
	×			

ОДЗ:

$$\begin{cases} x-1 > 0 \\ 5-x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x < 5 \end{cases}$$



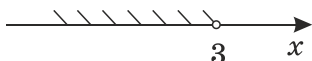
$$x \in (1; 5)$$

$$x-1 < 5-x$$

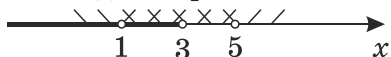
$$x+x < 5+1$$

$$2x < 6$$

$$x < 3$$



Накладаємо розв'язки:



$$x \in (1; 3)$$

$$x = 2 \text{ (один)}$$

57. $\sin x > \cos x$

А	Б	В	Г	Д
				×

$$\sin x - \cos x > 0 \quad | : \cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\cos x} > 0$$

$$\operatorname{tg} x - 1 > 0$$

$$\operatorname{tg} x > 1$$

$$\frac{\pi}{3} \approx \frac{3,14}{3} \approx 1,04\dots$$

58. Три.

$$f(x) \geq g(x)$$

$$x \in [1; 3] \quad x : 1; 2; 3$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

59. $f(x) \leq g(x)$, де $x \in [-4; 0]$

А	Б	В	Г	Д
		×		

60. $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 1$, де $x \in [0; \pi]$

А	Б	В	Г	Д
			×	

ЗАВДАННЯ НА ВСТАНОВЛЕННЯ ВІДПОВІДНОСТЕЙ (с. 193-194)

1. 1) $3|x| + 5 = 7$

$$3|x| = 7 - 5$$

$$3|x| = 2$$

$$|x| = \frac{2}{3}$$

$$x = \pm \frac{2}{3} \text{ (два)}$$

2) $x^2 + x + 7 = 0$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 7 = 1 - 28 = -27; \quad -27 < 0$$

$x \in \emptyset$ (жодного)

3) $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$

$$\frac{x^2 - 2^2}{x - 2} = 0$$

$$\frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = 0, \quad x \neq 2$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2 \text{ (один)}$$

	А	Б	В	Г	Д
1				×	
2	×				
3		×			

2. $x^2 + px + q = 0$

$$x_1 + x_2 = -p$$

1) $x^2 - 5x - 7 = 0$

$$x_1 + x_2 = -(-5) = 5$$

2) $x^2 + 7x - 5 = 0$

$$x_1 + x_2 = -7$$

3) $x^2 + 5x - 7 = 0$

$$x_1 + x_2 = -5$$

	А	Б	В	Г	Д
1					×
2		×			
3	×				

3. 1) $\log_3(x+1) = 2$

ОДЗ:

$$x+1 > 0$$

$$x > -1$$

$$x \in (-1; \infty)$$

$$x+1 = 3^2$$

$$x+1 = 9$$

$$x = 9 - 1$$

$$x = 8$$

2) $3^{x-1} = 27$

$$3^{x-1} = 3^3$$

$$x-1 = 3$$

$$x = 3 + 1$$

$$x = 4$$

3) $\sqrt[4]{x} = 2$

$$\left(\sqrt[4]{x}\right)^4 = 2^4$$

$$x = 16$$

$$x \geq 0$$

	А	Б	В	Г	Д
1			X		
2		X			
3				X	

4. 1) $\sin x = 1$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \text{ где } k \in Z$$

2) $\cos x = 0$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \text{ где } k \in Z$$

3) $\sin x = 0$

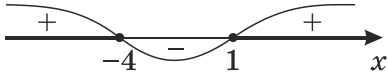
$$x = \pi k, \text{ где } k \in Z$$

	А	Б	В	Г	Д
1				X	
2					X
3			X		

5. 1) $x^2 + 3x - 4 \geq 0$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

За теоремою Вієта $x_1 = -4$, $x_2 = 1$



$$x \in (-\infty; -4] \cup [1; \infty)$$

2) $x^2 + 3x + 4 \geq 0$

$$x^2 + 3x + 4 = 0$$

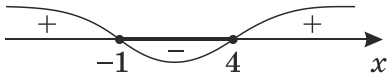
$$D = 2^2 - 4 \cdot 4 = 9 - 16 = -7; \quad -7 < 0$$

Але коефіцієнт при x^2 дорівнює 1; $1 > 0$, то $(-\infty; \infty)$

3) $x^2 - 3x - 4 \leq 0$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

За теоремою Вієта $x_1 = 4$, $x_2 = -1$



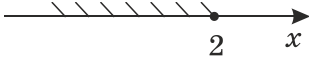
$$x \in [-1; 4]$$

	А	Б	В	Г	Д
1					X
2				X	
3		X			

Розділ III. ФУНКЦІЯ

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 1 (с. 205-207)

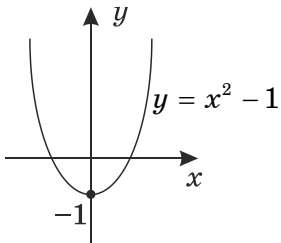
1. $y = \sqrt{2-x}$
 $2-x \geq 0$
 $x \leq 2$



$$x = (-\infty; 2]$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

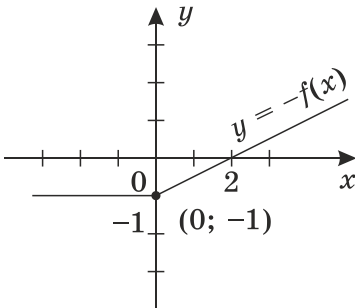
2. $y = x^2 - 1$



$$E(y) = [-1; \infty)$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3.



$$f(0) = 1.$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. $y = x^2 + 2x - 3; \quad y = 0$
 $x^2 + 2x - 3 = 0$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 1$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5. $y = 4x - 8$

$$4x = y + 8$$

$$x = \frac{y + 8}{4}$$

Обернена функція

$$y = \frac{x + 8}{4}$$

А	Б	В	Г	Д
				×

6. $y = x + \sin x$ – непарна функція.

$$f(x) = x + \sin x$$

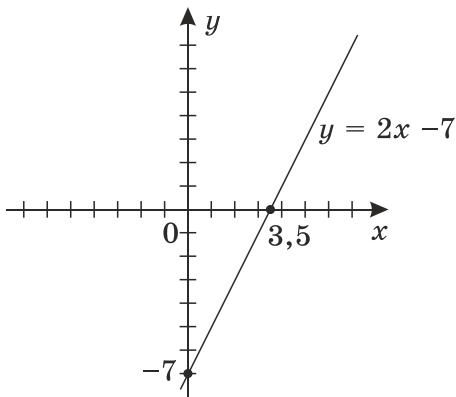
$$f(-x) = -x + \sin(-x) = -x - \sin x = -(x + \sin x)$$

$$f(-x) = -f(x)$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

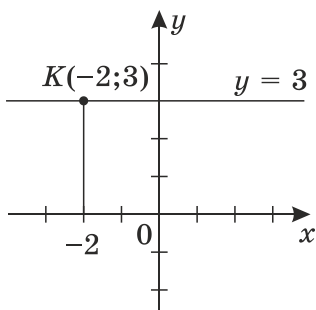
7. $y = 2x - 7$; $k = 2$; $2 > 0$

Функція зростає по всій області визначення.



А	Б	В	Г	Д
		×		

8.



А	Б	В	Г	Д
×				

9. $y = \frac{5}{6}x; y = 30$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\frac{5}{6}x = 30$$

$$x = 30 : \frac{5}{6}$$

$$x = \cancel{30} \cdot \frac{6}{\cancel{5}}$$

$$x = 6 \cdot 6$$

$$x = 36.$$

10. $y = 1,5x + 6$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$(x; 0)$ – точка перетину з віссю з абсцис.

$$y = 0, \text{ то } 1,5x + 6 = 0$$

$$1,5(x + 4) = 0$$

$$x + 4 = 0$$

$$x = -4 \quad (-4; 0)$$

$(0; y)$ – точка перетину з віссю ординат.

$$x = 0, \text{ то } y = 1,5 \cdot 0 + 6 = 6; \quad (0; 6)$$

11. $y = \sqrt{4 - x^2} - 3$

$$\text{Оскільки } y = \sqrt{4 - x^2} \leq -3. \quad y_{\min} = -3.$$

12. $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ y = x - 7 \end{cases} \quad (x; \underline{y})$

$$3x - 5 = x - 7$$

$$3x - x = -7 + 5$$

$$2x = -2$$

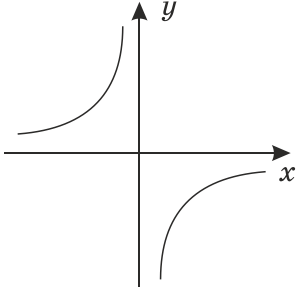
$$x = -2 : 2$$

$$x = -1, \text{ то } y = -1 - 7 = -8.$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 2 (с. 215-217)

1. $y = -\frac{8}{x}; -8 < 0$

А	Б	В	Г	Д
			×	



2. $y = \frac{12}{x}; y = -3$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$\frac{12}{x} = -3$$

$$-3x = 12$$

$$x = 12 : (-3)$$

$$x = -4.$$

3.
$$\begin{cases} y = \frac{8}{x} \\ y = x^2 \end{cases}$$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$\frac{8}{x} = \frac{x^2}{1}$$

$$x^2 \cdot x = 8$$

$$x^3 = 2^3$$

$$x = 2$$

4. $y = \sqrt{x}$

А	Б	В	Г	Д
				×

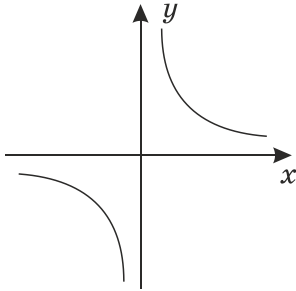
$$4 \leq x \leq 16$$

$$\sqrt{4} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{16}$$

$$2 \leq y \leq 4$$

$$y = [2; 4].$$

5. $y = \frac{4}{x}$



А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

На проміжку $(0; \infty)$ функція спадає.

6. $y = 2x^2 - 3$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. $y = 2x^2 - 4x - 1$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 2} = 1$$

$$y_0 = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 - 1 = 2 - 5 = -3$$

8. $y = x^2 - 2x - 3; \quad (x; 0)$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Якщо $y = 0$, то $x^2 - 2x - 3 = 0$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -5$$

$(-1; 0); (3; 0)$.

9. $y = x^2 + 2x + 17$ – графіком є парабола,

вітки якої підняті вгору ($a = 1; 1 > 0$).

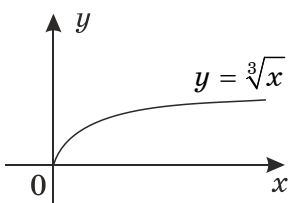
$$x^2 + 2x + 17 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 17 = 4 - 68 = -64; \quad -64 < 0$$

Отже, графік функції не перетинає вісь абсцис.

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

10. $y = x^{\frac{1}{3}}$



А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$\begin{aligned}
11. \quad y &= -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5 = -\frac{1}{2}(x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 - 5) = \\
&= -\frac{1}{2}(x^2 - 8x + 4^2 - 16 - 5) = -\frac{1}{2}((x - 4)^2 - 21) = \\
&= -\frac{1}{2}(x - 4)^2 + \frac{21}{2} = -\frac{1}{2}(x - 4)^2 + 10,5 \\
y &= -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5
\end{aligned}$$

Знаходимо вершину параболи $(x_0; y_0)$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}; \quad x_0 = -\frac{4}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = 4$$

$$\begin{aligned}
y_0 &= -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 - 5 = -\frac{1}{2} \cdot 16 + 16 - 5 = \\
&= -8 + 16 - 5 = 16 - 13 = 3.
\end{aligned}$$

$$12. \quad y = 2x^2 + bx - 7$$

$(-2; 5)$, то

$$2 \cdot (-2)^2 + b(-2) - 7 = 5$$

$$2 \cdot 4 - 2b - 7 = 5$$

$$8 - 7 - 2b = 5$$

$$1 - 2b = 5$$

$$1 - 5 = 2b$$

$$2b = -4$$

$$b = -4 : 2$$

$$b = -2.$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 3 (с. 228-230)

1. $y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)$

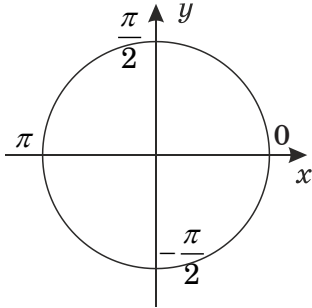
А	Б	В	Г	Д
	X			

$$T = \frac{T_0}{k}, \text{ где } T_0 = 2\pi; k = \frac{1}{2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

2. $y = \sin(\pi - x)$, где $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

А	Б	В	Г	Д
		X		

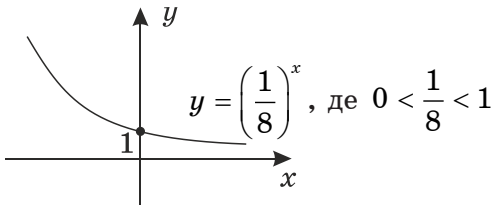


3. $y = 2^{x-1}$

А	Б	В	Г	Д
	X			

4. $y = \left(\frac{1}{8}\right)^x$

А	Б	В	Г	Д
	X			



5. $y = 5^{1-x}$

А	Б	В	Г	Д
				X

$$y = 5^{-x+1} = \left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot 5 = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^x$$

6. $y = 4^{x^2-1}$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$y = \frac{1}{4} \cdot 4^{x^2} - \text{парна.}$$

$$y(-x) = \frac{1}{4} \cdot 4^{(-x)^2}$$

$$y(x) = \frac{1}{4} \cdot 4^{x^2}$$

$$y(-x) = y(x)$$

7. $y = \lg(9 - x^2)$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$9 - x^2 > 0$$

$$-(x^2 - 9) > 0$$

$$x^2 - 9 < 0$$

$$x^2 - 32 < 0$$

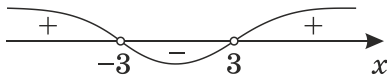
$$(x - 3)(x + 3) < 0$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \text{або} \quad x + 3 = 0$$

$$x = 3$$

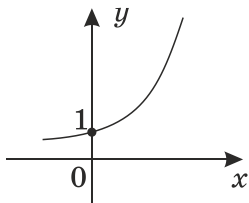
$$x = -3$$



$$D(y) = (-3; 3).$$

8. I. $y = 2^{x+1} = 2 \cdot 2^x$ зростає по всій області визначення.

А	Б	В	Г	Д
		×		

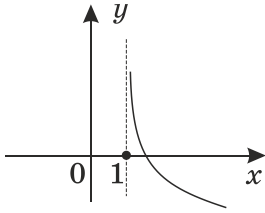


II. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)$

$$x - 1 > 0$$

$$x > 1$$

функція спадає на $(1; \infty)$



III. $y = \log_5 \frac{1}{x}$; $5 > 0$

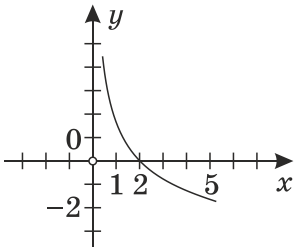
$$\frac{1}{x} > 0$$

$$1 \cdot x > 0$$

$$x > 0$$

$$x = (0; \infty)$$

функція спадає на проміжку $(0; \infty)$.



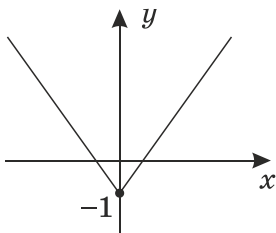
9. $y = \sqrt{x}$

$$y = \sqrt{x+4}$$

А	Б	В	Г	Д
		⊗		

10. $y = |x| - 1$

А	Б	В	Г	Д
		⊗		



$$11. \quad y = \sin(\pi x + 1) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}x - 2\right)$$

$$T = \frac{T_0}{|k|}$$

$$T = \frac{T_0}{|k|}$$

$$T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

$$T = \frac{\pi}{\frac{\pi}{4}} = \frac{4\pi}{\pi} = 4$$

наименший период 4.

$$12. \quad y = \left(\frac{1}{4}\right)^{1-\frac{1}{2}x^2}$$

$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^{1-0} = \left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{1}{4} = 0,25$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 4 (с. 239-240)

1. $a_n = n^2 - n$

$$a_4 = 4^2 - 4 = 16 - 4 = 12$$

А	Б	В	Г	Д
	X	X	X	X

2. $x_1 = 1; x_{n+1} = 2x_n - 3; x_{1+1} = 2x_1 - 3; x_2 = 2 \cdot 1 - 3 = -1$

$$x_{2+1} = 2 \cdot x_2 - 3 = 2 \cdot (-1) - 3 = -5$$

А	Б	В	Г	Д
	X	X	X	X

3. (a_n) – арифметична прогресія.

$$a_1 = 7; a_2 = 9; a_{17} = ?$$

$$a_{17} = a_1 + 16d; d = 9 - 7 = 2$$

$$a_{17} = 7 + 16 \cdot 2 = 7 + 32 = 39$$

А	Б	В	Г	Д
	X	X	X	X

4. (a_n) – арифметична прогресія.

$$a_4 = 13; a_9 = 20; d = ?$$

$$d = \frac{a_9 - a_4}{9 - 4}; d = \frac{20 - 13}{5} = \frac{7}{5} = 1,4$$

А	Б	В	Г	Д
	X	X	X	X

5. (a_n) – арифметична прогресія.

$$a_1 = 20; d = -2$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a_5 = 20 + 4 \cdot (-2) = 20 - 8 = 12$$

$$S_5 = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5$$

$$S_5 = \frac{20 + 12}{2} \cdot 5 = \frac{32}{2} \cdot 5 = 16 \cdot 5 = 80 \text{ (с.)}$$

А	Б	В	Г	Д
	X	X	X	X

6. $7n < 200$

$$n < \frac{200}{7}$$

$$n < 28 \frac{4}{7}$$

$$n = 28$$

$$a_1 = 7 \cdot 1 = 7$$

$$a_{28} = 7 \cdot 28 = 196$$

$$S_{28} = \frac{7 + 196}{2} \cdot 28 = 203 \cdot 14 = 2842$$

А	Б	В	Г	Д
	X	X	X	X

7. (b_n) – геометрична прогресія.

$$b_1 = 32; q = -\frac{1}{2}$$

$$b_6 = b_1 q^5$$

$$b_6 = 32 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = 2^5 \cdot \left(-\frac{1}{2^5}\right) = -1$$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8. (b_n) – геометрична прогресія.

$$b_n = 4; b_8 = 16; q = ?$$

$$b_8 = b_6 \cdot q^2$$

$$q^2 = \frac{b_8}{b_6} = \frac{16}{4} = 4$$

$$q = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

9. (b_n) – геометрична прогресія.

$$b_1 = \frac{1}{2}; b_2 = 1; q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$S_5 = \frac{b_1(q^5 - 1)}{q - 1}$$

$$S_5 = \frac{\frac{1}{2}(2^5 - 1)}{2 - 1} = \frac{\frac{1}{2}(32 - 1)}{1} = \frac{1}{2} \cdot 31 = \frac{31}{2} = 15,5$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10. (b_n) – нескінченна геометрична прогресія.

$$S = 2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}; q = \frac{1}{2}; b_1 = ?$$

$$S_1 = \frac{b_1}{1 - q}; |q| < 1$$

$$b_1 = S \cdot (1 - q)$$

$$b_1 = \frac{8}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

$$b_1 = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$b_1 = \frac{8^4}{3 \cdot 2}$$

$$b_1 = \frac{4}{3}$$

$$b_1 = 1\frac{1}{3}$$

11. (a_n) – арифметична прогресія.

$$a_{10} = -14; S_{18} = -234$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

$$-14 = a_1 + 9d$$

$$d = a_{10} - a_9$$

$$d = -14 - (-12) = -14 + 12 = -2$$

$$S_{18} = \frac{a_1 + a_{18}}{2} \cdot 18$$

$$-234 = \frac{a_1 + a_1 + 17d}{2} \cdot 18$$

$$-234 = (a_1 + 9d + a_1 + 8d) \cdot 9$$

$$a_{10} + a_9 = -234 : 9$$

$$-14 + a_9 = -26$$

$$a_9 = -26 - (-14) = -26 + 14 = -12$$

12. $3, (6) + 2, 8(3) = 3\frac{2}{3} + 2\frac{241}{300} = 5\frac{200 + 241}{300} =$

$$= 5\frac{441}{300} = 5\frac{147}{100} = 5,147$$

$$3, (6) = 3 + 0, (6) = 3 + \frac{0,6}{1-0,1} = 3 + \frac{0,6}{0,9} = 3 + \frac{6}{9} = 3 + \frac{2}{3} = 3\frac{2}{3}$$

$$2, 8(3) = 2, 8 + 0, 00(3) = 2\frac{4}{5} + \frac{0,003}{1-0,1} = 2\frac{4}{5} + \frac{0,003}{0,9} =$$

$$= 2\frac{4}{5} + \frac{3}{900} = 2\frac{4}{5} + \frac{1}{300} = 2\frac{240 + 1}{300} = 2\frac{241}{300}$$

Відповідь: 5,147

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 5 (с. 257-258)

1. $f(x) = x^7 - \cos x$

А	Б	В	Г	Д
				X

$$f'(x) = (x^7 - \cos x)' = (x^7)' - (\cos x)' = 7x^6 - (-\sin x) = 7x^6 + \sin x$$

2. $f(x) = x^2 e^x; x_0 = 1$

А	Б	В	Г	Д
	X			

$$f'(x) = (x^2 e^x)' = (x^2)' e^x + (e^x)' x^2 = 2x \cdot e^x + e^x x^2$$

$$f'(1) = 2 \cdot 1e^1 + e^1 \cdot 1^2 = 2e + e = 3e$$

3. $f(x) = \sin \frac{x}{2} + (4x - 1)^5$

А	Б	В	Г	Д
X				

$$f'(x) = \left(\sin \frac{x}{2} + (4x - 1)^5 \right)' = \left(\frac{x}{2} \right)' \cos \frac{x}{2} + (4x - 1)' \cdot 5(4x - 1)^{5-1} =$$

$$= \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + 4 \cdot 5(4x - 1)^4 = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + 20(4x - 1)^4$$

4. $f(x) = \frac{1}{x^7} + \ln x; x_0 = 1$

А	Б	В	Г	Д
	X			

$$k = f'(x_0)$$

$$f'(x) = (x^{-7} + \ln x)' = (x^{-7})' + (\ln x)' =$$

$$= -7x^{-7-1} = \frac{1}{x} = -\frac{7}{x^8} + \frac{1}{x} = -\frac{7 + x^7}{x^8}$$

$$f'(x) = -\frac{7 + x^7}{x^8}$$

$$k = f'(1) = -\frac{7 + 1^7}{1^8} = \frac{-7 + 1}{1} = -6$$

$k = 6.$

5. $f(x) = x^2 + 2x + 3; y = 4x$

А	Б	В	Г	Д
X				

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$f'(x_0) = 4$$

$$f'(x) = (x^2 + 2x + 3)' = 2x + 2$$

$$2x + 2 = 4 \quad / : 2$$

$$x + 1 = 2$$

$$x = 2 - 1 \quad x_0 = 1$$

$$x = 1$$

$$f(1) = 1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 1 + 2 + 3 = 6$$

Тоді $y = 4(x - 1) + 6$

$$y = 4x - 4 + 6$$

$$y = 4x - 2$$

6. $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 2t; \quad t = 3c$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$v(t) = \left(\frac{1}{3}t^3 - t^2 + 2t \right)' = \frac{1}{3} \cdot 3t^2 - 2t + 2 =$$

$$= t^2 - 2t + 2$$

$$v(t) = t^2 - 2t + 2$$

$$v(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 + 2 = 9 - 6 + 2 = 5 \text{ (м/с)}.$$

7. $f(x) = \frac{2}{3} \cdot x^3 - x^2$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

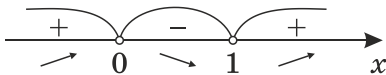
$$f'(x) = \left(\frac{2}{3}x^3 - x^2 \right)' = \frac{2}{3} \cdot 3x^2 - 2x = 2x^2 - 2x$$

$$f'(x) = 2x^2 - 2x; \quad f'(x) = 0$$

$$2x^2 - 2x = 0$$

$$2x(x - 1) = 0$$

$$x(x - 1) = 0$$



$$x = 0; \quad x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$f'(-1) = 2 \cdot (-1)^2 - 2(-1) = 2 + 2 = 4; \quad 4 > 0$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}; \quad -\frac{1}{2} < 0$$

$$(-\infty; 0) \cup (1; \infty)$$

8. $f(x) = \frac{6 + 2x^2}{x - 1}$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$f'(x) = \frac{(6 + 2x^2)'(x - 1) - (x - 1)'(6 + 2x^2)}{(x - 1)^2} = \frac{4x(x - 1) - (6 + 2x^2)}{(x - 1)^2} =$$

$$= \frac{4x^2 - 4x - 6 - 2x^2}{(x - 1)^2} = \frac{2x^2 - 4x - 6}{(x - 1)^2}; f'(x) = 0$$

$$\frac{2x^2 - 4x - 6}{(x - 1)^2} = 0; x \neq 1$$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$2(x^2 - 2x - 3) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = 3, x_2 = -1$$



$$f'(-2) = \frac{2 \cdot (-2)^2 - 4(-2) - 6}{(-2 - 1)^2} = \frac{8 + 8 - 6}{(-3)^2} = \frac{10}{9} > 0$$

$$f'(0) = \frac{2 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 - 6}{(0 - 1)^2} = \frac{-6}{(-1)^2} = -6; -6 < 0$$

$$f'(4) = \frac{2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - 6}{(4 - 1)^2} = \frac{32 - 16 - 6}{3^2} = \frac{10}{9} > 0$$

$$x_{\min} = 3$$

9. $f(x) = \frac{x^4}{4} - 8x^2; x \in [-1; 2]$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$f'(x) = \frac{1}{4} \cdot 4x^3 - 8 \cdot 2x = x^3 - 16x$$

$$f'(x) = 0, \text{ то } x^3 - 16x = 0$$

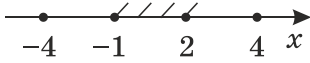
$$x(x^2 - 16) = 0$$

$$x = 0 \text{ або } x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm\sqrt{16}$$

$$x = \pm 4$$



$$f(-1) = \frac{1^4}{4} - 8 \cdot 1^2 = \frac{1}{4} - 8 = -7 \frac{3}{4}$$

$$f(2) = \frac{2^4}{4} - 8 \cdot 2^2 = \frac{16}{4} - 32 = 4 - 32 = -28$$

10. $x + (20 - x) = 20$

$$x^3 \cdot (20 - x); \quad x = 5, \text{ то } 20 - 5 = 15$$

$$5^3 \cdot 15 = 125 \cdot 15 = 1875$$

Відповідь: 15.

А	Б	В	Г	Д
		X		

11. $y = \frac{x^2 - 2}{x + 3} + \sqrt{2 - x}; \quad x_0 = -2$

$$y' = \left(\frac{x^2 - 2}{x + 3} + \sqrt{2 - x} \right)' = \left(\frac{x^2 - 2}{x + 3} \right)' + (\sqrt{2 - x})' =$$

$$= \frac{(x^2 - 2)' \cdot (x + 3) - (x + 3)' (x^2 - 2)}{(x + 3)^2} + (2 - x)' \frac{1}{2\sqrt{2 - x}} =$$

$$= \frac{2x(x + 3) - 1 \cdot (x^2 - 2)}{(x + 3)^2} + \frac{1}{2\sqrt{2 - x}} =$$

$$= \frac{x^2 + 6x + 2}{(x + 3)^2} - \frac{1}{2\sqrt{2 - x}}$$

$$y'(x) = \frac{x^2 + 6x + 2}{(x + 3)^2} - \frac{1}{2\sqrt{2 - x}}$$

$$y'(-2) = \frac{(-2)^2 + 6 \cdot (-2) + 2}{(-2 + 3)^2} - \frac{1}{2\sqrt{2 - (-2)}} =$$

$$= \frac{4 - 12 + 2}{1^2} - \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{-6}{1} - \frac{1}{2 \cdot 2} = -6 - \frac{1}{4} = -6 - 0,25 = -6,25$$

$$12. \quad 4\sqrt{x} - x = a - 2$$

$$4\sqrt{x} - (\sqrt{x})^2 - (a - 2) = 0$$

$$-(\sqrt{x})^2 + 4\sqrt{x} - (a - 2) = 0$$

$$(\sqrt{x})^2 - 4\sqrt{x} + (a - 2) = 0$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot (a - 2) = 16 - 4a + 8 = 24 - 4a; \quad D = 0, \text{ то}$$

$$24 - 4a = 0$$

$$4a = 24$$

$$a = 24 : 4$$

$$a = 6$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 6 (с. 267-268)

1. $f(x) = \frac{1}{x^5}$

А	Б	В	Г	Д
	X			

$$F(x) = \frac{x^{-5+1}}{-5+1} + C = \frac{x^{-4}}{4} + C = -\frac{1}{4x^4} + C$$

2. $f(x) = \cos x \quad A\left(\frac{\pi}{2}; -2\right)$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$F(x) = \sin x$$

$$-2 = \sin \frac{\pi}{2} + C$$

$$-2 = 1 + C$$

$$-2 - 1 = C$$

$$C = -3$$

3. $f(x) = 7 + \frac{1}{\sin^2 x}$

А	Б	В	Г	Д
			X	

$$F(x) = 7x + \operatorname{ctg} x + C$$

4. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x-1}} = (4x-1)^{-\frac{1}{2}}$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$F(x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{(4x-1)^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{(4x-1)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{4x-1}}{4} + C =$$

$$= \frac{\sqrt{4x-1}}{2} + C$$

5. $f(x) = e^{2x-1} \quad F(0,5) = 3$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$F(3) = \frac{1}{2} \quad F(x) = \frac{1}{2} e^{2x-1} + 2,75$$

$$3 = \frac{1}{2} e^{2 \cdot 0,5 - 1} + C$$

$$3 = \frac{1}{2} e^{1-1} + C$$

$$3 = \frac{1}{2} e^0 + C$$

$$3 = 0,5 + C$$

$$C = 2,5$$

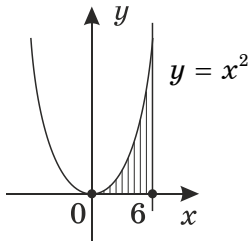
$$6. \int_0^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = \frac{1}{4} x^4 \Big|_0^2 = \frac{1}{4} |2^4 - 0^4| = 4$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$7. \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{dx}{\cos^2 2x} = \operatorname{tg} 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{8}} = 0,5$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

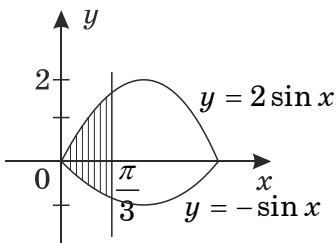
8.



$$S = \int_0^6 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^6 = \frac{1}{3} |6^3 - 0^3| = \frac{1}{3} |216 - 0| = 72$$

А	Б	В	Г	Д
				×

9.



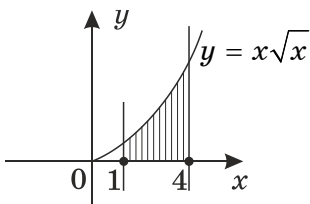
$$S = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (2 \sin x - (-\sin x)) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin x + \sin x) dx =$$

$$= -3 \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = -3 \left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos 0^\circ \right) = -3 \left(\frac{1}{2} - 1^0 \right) = -\frac{3}{2} + 3 =$$

$$= -1,5 + 3 = 1,5$$

А	Б	В	Г	Д
×				

10.



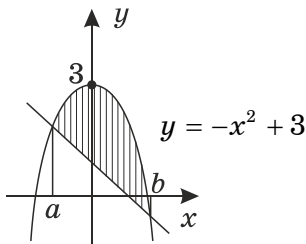
$$V = \pi \int_1^4 (\sqrt{x^3})^2 dx = \pi \int_1^4 x^3 dx = \pi \frac{x^4}{4} \Big|_1^4 = \frac{\pi}{4} (4^4 - 1^4) =$$

$$= \frac{\pi}{4} (256 - 1) = \frac{\pi}{4} \cdot 255 = 63,75\pi$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\begin{aligned}
 11. \int_0^5 (0,2x - 1)^3 dx &= \int_0^5 \left(\frac{1}{5}x - 1\right) dx = 5 \frac{\left(\frac{1}{5}x - 1\right)^4}{4} \Bigg|_0^5 = \\
 &= \frac{5}{4} \left(\frac{1}{5}x - 1\right)^4 \Bigg|_0^5 = \frac{5}{4} \left(\left(\frac{1}{5} \cdot 5 - 1\right)^4 - \left(\frac{1}{5} \cdot 0 - 1\right)^4 \right) = \\
 &= 1,25(0^4 - 1^4) = 1,25 \cdot (-1) = -1,25
 \end{aligned}$$

12.



$$\begin{cases} y = 3 - x^2 \\ y = 1 - x \end{cases}$$

$$3 - x^2 = 1 - 1$$

$$-x^2 + x + 3 - 1 = 0$$

$$-x^2 + x + 2 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 2$$

$$a = -1, \quad b = 2$$

$$S \int_{-1}^2 \left((3 - x^2) - (1 - x) \right) dx = \int_{-1}^2 (3 - x^2 - 1 + x) dx =$$

$$= \int_{-1}^2 (-x^2 + x + 2) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Bigg|_{-1}^2 =$$

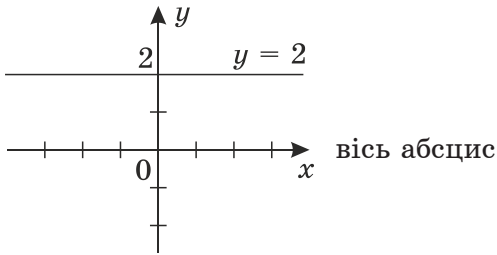
$$= \left(-\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} + 2 \cdot 2 \right) - \left(-\frac{(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^2}{2} + 2(-1) \right) =$$

$$= -\frac{8}{3} + 2 + 4 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 = 8 - 3 - \frac{1}{2} = 5 - \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2} = 4,5$$

Розділ III

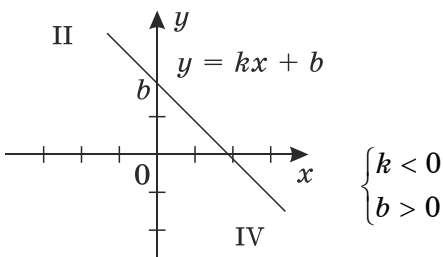
ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ (с. 269-280)

1.



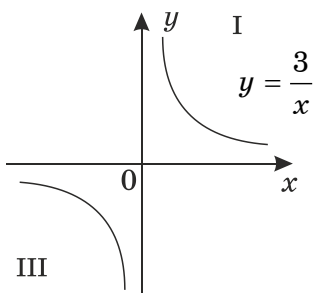
А	Б	В	Г	Д
		×		

2.



А	Б	В	Г	Д
	×			

3.



А	Б	В	Г	Д
			×	

4.

$y = 1 - x^2$
 $y = \underline{\underline{-x^2}} + 1$ – графіком функції є парабола.

А	Б	В	Г	Д
×				

5.

$y = \sqrt{x + 4}$
 $x + 4 \geq 0$
 $x \geq -4$

$D(y) \in [-4; \infty)$

А	Б	В	Г	Д
		×		

6. $y = \frac{\sqrt{x+3}}{3^x - 1}$

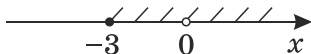
А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 3^x - 1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ 3^x \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ 3^x \neq 3^0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 0 \end{cases}$$



$$x \in [-3; 0) \cup (0; \infty)$$

7. $y = \lg(9 - x^2)$

А	Б	В	Г	Д
				×

$$9 - x^2 > 0$$

$$-x^2 + 9 > 0$$

$$x^2 - 9 < 0$$

$$(x-3)(x+3) < 0$$

$$(x-3)(x+3) = 0$$

$$x-3=0 \quad \text{або} \quad x+3=0$$

$$x=3$$

$$x=-3$$



$$x \in (-3; 3)$$

8. $y = \sqrt{x^2 + 4} - 3$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$x^2 + 4 \geq 0$$

$$x^2 \geq -4$$

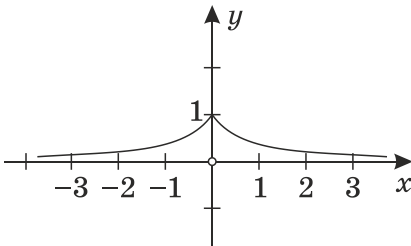
$$D(y) \in (-\infty; \infty)$$

9. $y = 3^{-|x|}$

А	Б	В	Г	Д
				⊗

x	0	1	2	3
y	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$

x	-3	-2	-1
y	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$



$$E(y) = (0; 1]$$

10. $y = \lg(10 - x^4) = \frac{\lg 10}{\lg x^4} = \frac{1}{4 \lg x};$
 $\lg x \neq 0$

А	Б	В	Г	Д
				⊗

$$\lg x \neq 1$$

$$x \neq 1$$

$$10 - x^4 > 0$$

$$x^4 < 10$$

$$E(y) = (-\infty; 1)$$

11. $y = 3 - 2 \sin x$

А	Б	В	Г	Д
		⊗		

$$y = -2 \sin x + 3$$

$$y = \sin x \quad E(y) \in [-1; 1]$$

$$y = -2 \sin x \quad E(y) \in [-2; 2]$$

$$y = -2 \sin x + 3 \quad E(y) \in [-2 + 3; 2 + 3]$$

$$E(y) \in [1; 5]$$

12. $y = (\sin x - \cos x)^2$

$$y = \underline{\sin^2 x} - 2 \sin x \cos x + \underline{\cos^2 x}$$

$$y = 1 - \sin 2x$$

$$y = -\sin 2x + 1$$

$$y = \sin x \quad E(y) \in [-1; 1]$$

$$y = \sin 2x \quad E(y) \in [-1; 1]$$

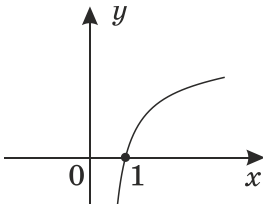
$$y = -\sin 2x \quad E(y) \in [-1; 1]$$

$$y = -\sin 2x + 1 \quad E(y) \in [-1 + 1; 1 + 1]$$

$$E(y) \in [0; 2]$$

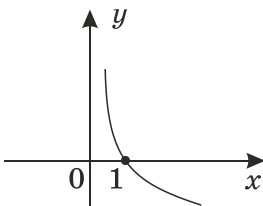
А	Б	В	Г	Д
	<input checked="" type="checkbox"/>			

13. $y = \log_5 x$



Функція зростає на проміжку $x \in (0; \infty)$.

14. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$



Функція спадає на проміжку $x \in (0; \infty)$.

15. $y(-x) = y(x)$ – парна

$$y(x) = x^8 \text{ – парна}$$

$$y(-x) = (-x^8) = x^8$$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		

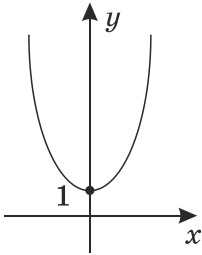
16. $y(-x) = -y(x)$

$$y(x) = x^5 \text{ – непарна}$$

$$y(-x) = (-x^5) = -x^5$$

А	Б	В	Г	Д
			<input checked="" type="checkbox"/>	

17. $y = x^2 + 1$



А	Б	В	Г	Д
			⊗	

18. $y = x^3 - x$

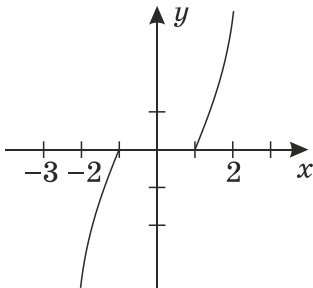
$$y = x(x^2 - 1)$$

$$x(x^2 - 1) = 0$$

$$x(x-1)(x+1) = 0$$

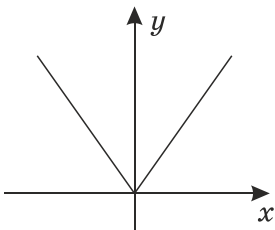
$$x = 0 \quad \text{або} \quad x - 1 = 0 \quad \text{або} \quad x + 1 = 0$$

$$x = 1 \quad \quad \quad x = -1$$



А	Б	В	Г	Д
				⊗

19.



А	Б	В	Г	Д
				⊗

Графік парної функції симетричний відносно OY .

20. $y = 5 \cos 2x$

$$y = \cos x \quad T_0 = 2\pi$$

$$y = 5 \cos 2x \quad T = \frac{T_0}{|k|}, \quad \text{де } k = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

А	Б	В	Г	Д
		⊗		

21. $y = 4 \operatorname{tg} \frac{x}{3}$

$$y = \operatorname{tg} x \quad T_0 = \pi$$

$$T = \frac{T_0}{k}, \text{ де } k = \frac{1}{3}$$

$$T = \frac{\pi}{\frac{1}{3}} = 3\pi$$

А	Б	В	Г	Д
			×	

22. $1; \sqrt[3]{4}; \sqrt[3]{7}$ – арифметична прогресія.

А	Б	В	Г	Д
			×	

23. $8; \sqrt{\frac{1}{2}}; \sqrt{\frac{1}{2}}$ – геометрична прогресія.

А	Б	В	Г	Д
	×			

24. (a_n) – арифметична прогресія.

$$a_1 = 4; d = -2; a_4 = ?$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_4 = 4 + 3(-2) = 4 - 6 = -2$$

А	Б	В	Г	Д
				×

25. (b_n) – геометрична прогресія.

$$b_1 = 16; q = \frac{1}{2}; b_4 = ?$$

$$b_4 = b_1 \cdot q^3$$

$$b_4 = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 16 \cdot \frac{1}{8} = 2$$

А	Б	В	Г	Д
				×

26. (a_n) – арифметична прогресія.

$$a_3 = 12; d = 3; a_1 = ?$$

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$12 = a_1 + 2 \cdot 3$$

$$12 = a_1 + 6$$

$$a_1 = 12 - 6$$

$$a_1 = 6$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

27. (b_n) – геометрична прогресія.

$$b_2 = 15; \quad q = -3; \quad b_1 = ?$$

$$b_2 = b_1 \cdot q$$

$$15 = b_1 \cdot (-3)$$

$$b_1 = 15 : (-3)$$

$$b_1 = -5$$

А	Б	В	Г	Д
			×	

28. $y = \log_{\frac{1}{3}} x; \quad \left(\begin{matrix} x & y \\ 3 & \underline{\underline{-1}} \end{matrix} \right)$

$$\log_{\frac{1}{3}} 3 = \log_{3^{-1}} 3 = -\log_3 3 = \underline{\underline{-1}}$$

А	Б	В	Г	Д
			×	

29. $f(6) = 2$

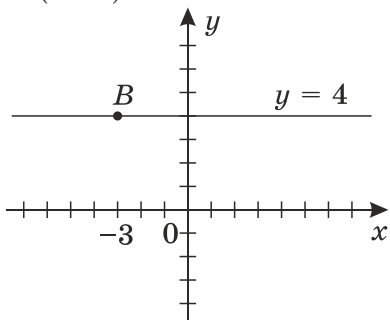
А	Б	В	Г	Д
		×		

30. $f(-3) > f(-2)$ – спадна

$$-3 < -2$$

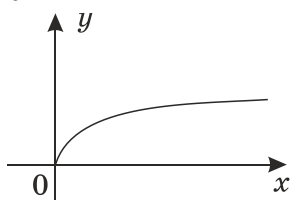
А	Б	В	Г	Д
		×		

31. $B(-3; 4)$



А	Б	В	Г	Д
×				

32. $y = \sqrt{x}$

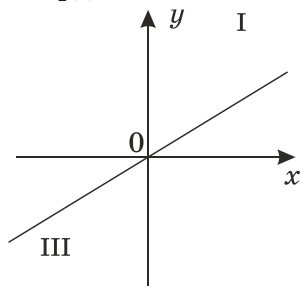


$$D(y) = [0; \infty)$$

$$E(y) = [0; \infty)$$

А	Б	В	Г	Д
×				

33. $y = kx$; $0 < k < 1$ – графіком функції є пряма, що проходить в I і III координатних чвертях через початок координат; нахилений більше до осі абсцис (OX).



А	Б	В	Г	Д
		⊗		

34. $y = x^3 + 2 \cos x$

$$y' = (x^3 + 2 \cos x)' = (x^3)' + (2 \cos x)' = 3x^2 + 2(-\sin x) = 3x^2 - 2 \sin x$$

$$y' = 3x^2 - 2 \sin x$$

А	Б	В	Г	Д
	⊗			

35. $y = \sqrt{x}$

$$y' = (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \text{ де } x \neq 0$$

А	Б	В	Г	Д
				⊗

36. $f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} \quad \left(\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \right)$

$$f'(x) = \left(x^{\frac{1}{3}} \right)' = \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(1) = \frac{1}{3\sqrt[3]{1^2}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{1}} = \frac{1}{3}$$

$$f'(1) = \frac{1}{3}$$

А	Б	В	Г	Д
		⊗		

37. $f(x) = 2 \cos x - 3 \sin x$; $x_0 = \frac{\pi}{2}$

$$f'(x) = (2 \cos x - 3 \sin x)' = (2 \cos x)' - (3 \sin x)' = 2(-\sin x) - 3 \cos x = -2 \sin x - 3 \cos x$$

А	Б	В	Г	Д
		⊗		

$$f'(x) = -2 \sin x - 3 \cos x$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2 \sin \frac{\pi}{2} - 3 \cos \frac{\pi}{2} = -2 \cdot 1 - 3 \cdot 0 = -2 - 0 = -2$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$$

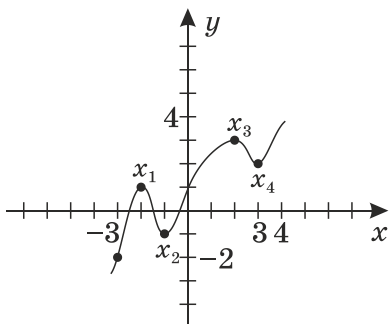
38. $y = f(x)$; $k = f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$ (α – кут між дотичною і додатнім напрямом осі OX).

$$k = \operatorname{tg} 45^\circ = 1, \text{ то } f'(2) = 1.$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

39. $y = f(x)$

А	Б	В	Г	Д
			×	



$$f'(x) = 0$$

Якщо похідна функції змінює свій знак (з + на -; з - на +), то похідна в цій точці = 0.

Рівняння має 4 розв'язки.

40. $y = f(x)$ $f'(x_1) - f'(x_2) = 0 - (-1) = 1$

$$f'(x_1) = 0 \quad f'(x_2) = \operatorname{tg}(-45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

41. $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 3t$; $t_0 = 3$

$$v(t) = S'(t)$$

$$v(t) = \left(\frac{1}{3}t^3 - t^2 + 3t\right)' = \left(\frac{1}{3}t^3\right)' - (t^2)' + (3t)' =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3t^{3-1} - 2t^{2-1} + 3t^{1-1} = t^2 - 2t + 3$$

$$v' = t^2 - 2t + 3$$

$$v' = 3^2 - 2 \cdot 3 + 3 = 9 - 6 + 3 = 12 - 6 = 6 \text{ (м/с)}$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

42. $S(t) = \frac{3}{2}t^2 - 5t; \quad v(t_0) = 4 \text{ м/с}$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$v(t) = S'(t)$$

$$v(t) = \left(\frac{3}{2}t^2 - 5t\right)' = \left(\frac{3}{2}t^2\right)' - (5t)' = \frac{3}{2} \cdot 2t^{2-1} - 5t^{1-1} = 3t - 5$$

$$v(t) = 3t - 5; \quad v(t_0) = 4 \text{ м/с}$$

$$4 = 3t - 5$$

$$4 + 5 = 3t$$

$$3t = 9$$

$$t = 3 \text{ с.}$$

43. $S(t) = \frac{2}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + t$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$t_0 = 5 \text{ с}$$

$$v(t) = S'(t)$$

$$v(t) = \left(\frac{2}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + t\right)' = \left(\frac{2}{3}t^3\right)' - \left(\frac{1}{2}t^2\right)' + t' =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 3t^{3-1} - \frac{1}{2} \cdot 2t^{2-1} + 1 = 2t^2 - t + 1$$

$$v(t) = 2t^2 - t + 1$$

$$a(t) = v'(t)$$

$$a(t) = (2t^2 - t + 1)' = (2t^2)' - t' + 1' = 4t^{2-1} - 1 + 0 = 4t - 1$$

$$a(t) = 4t - 1; \quad t_0 = 5 \text{ с}$$

$$a(5) = 4 \cdot 5 - 1 = 19 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

44. $y = x^3 + x^2$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$y'(x) = 0 \quad \text{— умова для існування критичних точок.}$$

$$y'(x) = (x^3 + x^2)' = (x^3)' + (x^2)' = 3x^2 + 2x$$

$$y'(x) = 3x^2 + 2x; \quad y'(x) = 0$$

$$3x^2 + 2x = 0$$

$$x(3x + 2) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{або} \quad 3x + 2 = 0$$

$$3x = -2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

Отже, існує 2 критичні точки.

А	Б	В	Г	Д
			×	

45. $y = \sin x - \cos x; \quad y'(x) = 0$

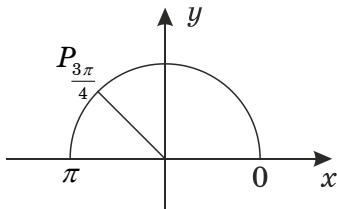
$$x \in [0; \pi]$$

$$y'(x) = (\sin x - \cos x)' = (\sin x)' - (\cos x)' =$$

$$= \cos x - (-\sin x) = \cos x + \sin x$$

$$\cos x + \sin x = 0$$

$$\cos x = -\sin x$$



або $\cos x + \sin x = 0 \quad | : \cos x$

$$\frac{\cos x}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x} = 0$$

$$1 + \operatorname{tg} x = 0$$

$$\operatorname{tg} x = -1$$

$$x = 135^\circ$$

$$x = \frac{3\pi}{4}$$

Одна критична точка.

46. $y = x^2 \ln x; \quad y'(x) = 0$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$y'(x) = (x^2 \ln x)' = (x^2)' \ln x + (\ln x)' \cdot x^2 =$$

$$= 2x \ln x + \frac{1}{x} x^2 = 2x \ln x + x = 2x \left(\ln x + \frac{1}{2} \right)$$

$$y'(x) = 2x \left(\ln x + \frac{1}{2} \right); \quad y'(x) = 0$$

$$2x \left(\ln x + \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$x \left(\ln x + \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{або} \quad \ln x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\ln x = -\frac{1}{2}$$

$$x = e^{-\frac{1}{2}}$$

$$47. \quad y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2}; \quad y'(x) = 0$$

А	Б	В	Г	Д
	X			

$$y'(x) = \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} \right)' = \left(\frac{2}{3}x^3 \right)' - \left(\frac{1}{2}x^2 \right)' =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 3x^{3-1} - \frac{1}{2} \cdot 2x^{2-1} = 2x^2 - x$$

$$y'(x) = 2x^2 - x; \quad y'(x) = 0$$

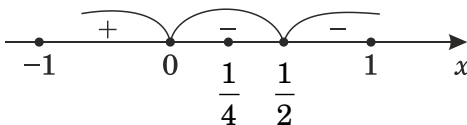
$$2x^2 - x = 0$$

$$2x \left(x - \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$x \left(x - \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{або} \quad x - \frac{1}{2} = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$



$$y'(-1) = 2 \cdot (-1)^2 - (-1) = 2 + 1 = 3$$

$$3 > 0$$

$$y' \left(\frac{1}{4} \right) = 2 \left(\frac{1}{4} \right)^2 - \frac{1}{4} = 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1-2}{8} = -\frac{1}{8}$$

$$-\frac{1}{8} < 0$$

$$y'(1) = 2 \cdot 1^2 - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$1 > 0$$

$$x \in \left[0; \frac{1}{3}\right]$$

48. $y = x^2 e^x$; $y'(x) = 0$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$y'(x) = (x^2 e^x)' = (x^2)' e^x + (e^x)' x^2 = 2x^{2-1} e^x + e^x x^2 =$$

$$= 2e^x x + e^x x^2$$

$$y'(x) = 2e^x x + e^x x^2 = 2e^x x \left(1 + \frac{1}{2} x\right)$$

$$y'(x) = 0, \text{ то } 2e^x x \left(1 + \frac{1}{2} x\right) = 0$$

$$e^x = 0; \quad x = 0 \quad \text{або} \quad 1 + \frac{1}{2} x = 0$$

$$x = \emptyset$$

$$\frac{1}{2} x = -1$$

$$x = -2$$

$$y = f'(x)$$



$$y'(x) = 2e^x x \left(1 + \frac{1}{2} x\right)$$

$$y'(-3) = 2e^{-3} \cdot (-3) \left(1 + \frac{1}{2}(-3)\right) = \frac{-6}{e^3} \left(1 - \frac{3}{2}\right) =$$

$$= -\frac{6}{e^3} \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{e^3}; \quad \frac{3}{e^3} > 0$$

$$y'(-1) = 2e^{-1} \cdot (-1) \left(1 + \frac{1}{2}(-1)\right) = -\frac{2}{e} \left(1 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{e} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{e};$$

$$-\frac{1}{e} < 0$$

$$y'(1) = 2e^1 \cdot 1 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot 1\right) = 2e \cdot \frac{3}{2} = 3e; \quad 3e > 0$$

49. $y = 3x^2 - x^3 + 7; \quad x \in [0; 4]$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$y'(x) = (3x^2 - x^3 + 7)' = (3x^2)' - (x^3)' + 7' =$$

$$= 3 \cdot 2x^{2-1} - 3x^{3-1} + 0 = 6x - 3x^2$$

$$y'(x) = 6x - 3x^2$$

Функція набуває найбільшого значення в критичних точках і на кінцях відрізка.

$$y'(x) = 0$$

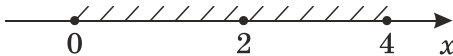
$$6x - 3x^2 = 0$$

$$-3x(x - 2) = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{або} \quad x - 2 = 0$$

$$x = 2; \quad 2 \in [0; 4]$$



Знаходимо значення функції в цих точках.

$$y(0) = 3 \cdot 0^2 - 0^3 + 7 = 7$$

$$y(2) = 3 \cdot 2^2 - 2^3 + 7 = 12 - 8 + 7 = 11$$

$$y(4) = 3 \cdot 4^2 - 4^3 + 7 = 3 \cdot 16 - 64 + 7 = \underline{48} - 64 + \underline{7} = 55 - 64 = -9$$

$$y_{\text{найб.}} = y(2) = 11$$

50. $1 + 1^2 = 2$

$$0 + 0^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\underline{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{-2 + 1}{4} = -\frac{1}{4} \text{ — найменше значення.}$$

$$-1 + (-1)^2 = -1 + 1 = 0$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

51. $F(x) = 4 \sin 2x - 1$

$F(x)$ — первісна

$$f(x) - ?$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$f(x) = F'(x)$$

$$f(x) = (4 \sin 2x - 1)' = (4 \sin 2x)' - 1' =$$

$$= 4 \cdot 2 \cos 2x - 0 = 8 \cos 2x$$

$$f(x) = 8 \cos 2x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$52. \int_{-1}^4 3x^2 dx = 3 \int_{-1}^4 x^2 dx = 3 \left. \frac{x^{2+1}}{2+1} \right|_{-1}^4 = \left. \frac{3x^3}{3} \right|_{-1}^4 =$$

$$= x^3 \Big|_{-1}^4 = 4^3 - (-1)^3 = 64 - (-1) = 64 + 1 = 65$$

А	Б	В	Г	Д
				X

$$53. y = e^x + 2x; \quad A \left(\begin{matrix} x & F(x) \\ 0 & -3 \end{matrix} \right)$$

$$F(x) = e^x + \frac{2x^{1+1}}{1+1} + C$$

$$F(x) = e^x + x^2 + C$$

$$F(x) = x^2 + e^x + C; \quad F(0) = -3$$

$$-3 = 0^2 + e^0 + C$$

$$-3 = 1 + C$$

$$-3 - 1 = C$$

$$C = -4$$

А	Б	В	Г	Д
	X			

$$54. S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$$

$$55. S = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = \sin \frac{\pi}{6} - \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$56. S = \int_0^2 x^2 dx = \left. \frac{x^{2+1}}{2+1} \right|_0^2 = \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^2 = \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^2 =$$

$$= \frac{1}{3} (2^3 - 0^3) = \frac{1}{3} (8 - 0) = \frac{1}{3} \cdot 8 = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$$

А	Б	В	Г	Д
		X		

А	Б	В	Г	Д
		X		

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$\begin{aligned}
 57. \quad S &= \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{2\pi}{3}} = -\left(\cos \frac{2\pi}{3} - \cos 0\right) = \\
 &= -\left(\cos x \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) - 1\right) = -\left(-\cos \frac{\pi}{3} - 1\right) = -\left(-\frac{1}{2} - 1\right) = \\
 &= -\left(-1\frac{1}{2}\right) = 1\frac{1}{2} = 1,5
 \end{aligned}$$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$\begin{aligned}
 58. \quad y &= e^x; \quad x = 0; \quad x = 1; \quad y = 0 \\
 S &= \int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e^1 - e^0 = e - 1
 \end{aligned}$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$59. \quad v_{10}(t) = 4 - 0,2t \text{ (М/с)}, \quad t_1 = 5 \text{ с}, \quad t_2 = 10 \text{ с}.$$

$$\begin{aligned}
 S &= \int_5^{10} (4 - 0,2t) = \left(4t - \frac{0,2t^{1+1}}{1+1}\right) \Big|_5^{10} = \left(4t - \frac{0,2t^2}{2}\right) \Big|_5^{10} = \\
 &= \left(4t - 0,1t^2\right) \Big|_5^{10} = (4 \cdot 10 - 0,1 \cdot 10^2) - (4 \cdot 5 - 0,1 \cdot 5^2) = \\
 &= (40 - 10) - (20 - 2,5) = 30 - 17,5 = 12,5 \text{ (М)}
 \end{aligned}$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

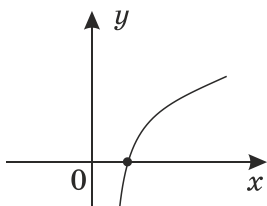
$$60. \quad v(t) = 4 - 0,4t \text{ (М/с)} \quad S(t) - ?$$

$$\begin{aligned}
 v(t) &= 0, \quad \text{то} \quad 4 - 0,4t = 0 \\
 0,4t &= 4 \\
 t &= 4 : 0,4 \\
 t &= 40 : 4 \\
 t &= 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S(t) &= \int_0^{10} (4 - 0,4t) dt = \left(4t - \frac{0,4t^2}{2}\right) \Big|_0^{10} = \\
 &= (4 \cdot t - 0,2t^2) \Big|_0^{10} = (4 \cdot 10 - 0,2 \cdot 10^2) - (4 \cdot 0 - 0,2 \cdot 0^2) = \\
 &= 40 - 0,2 \cdot 100 = 40 - 20 = 20 \text{ (М)}
 \end{aligned}$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

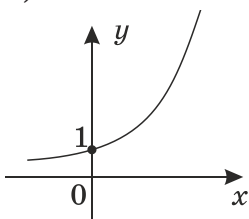
1. 1) $y = \lg x$



$E(y) = (-\infty; +\infty)$

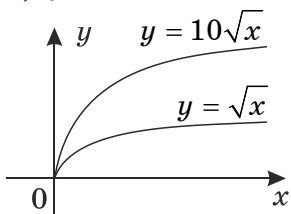
	А	Б	В	Г	Д
1				×	
2	×				
3			×		

2) $y = 10^x$



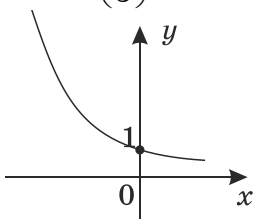
$E(y) = (0; \infty)$

3) $y = 10\sqrt{x}$



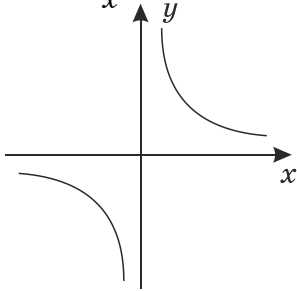
$E(y) = [0; \infty)$

2. 1) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

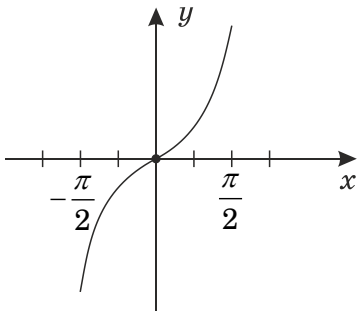


	А	Б	В	Г	Д
1			×		
2				×	
3					×

2) $y = \frac{3}{x}$ – гіпербола



3) $y = \operatorname{tg} x$



3. 1) $y = \sin(x-2)$

2) $y = \sin x - 2 \downarrow$

3) $y = \sin 2x$

	А	Б	В	Г	Д
1			×		
2					×
3	×				

4. 1) $y = 3 \sin x \quad x_0 = 0$

$$y'(x) = (3 \sin x)' = 3 \cos x$$

$$y'(0) = 3 \cos 0 = 3 \cdot 1 = 3$$

2) $y = e^x + x; \quad x_0 = 0$

$$y'(x) = (e^x + x)' = (e^x)' + x' = e^x + 1$$

$$y'(0) = e^0 + 1 = 1 + 1 = 2$$

3) $y = \cos x + 5x; \quad x_0 = 0$

$$y'(x) = (\cos x + 5x)' = (\cos x)' + (5x)' = -\sin x + 5$$

$$y'(x) = -\sin x + 5$$

$$y'(0) = -\sin 0 + 5 = -0 + 5 = 5$$

	А	Б	В	Г	Д
1			×		
2	×				
3					×

5. 1) $y = f(x) = x^2 + 1$

$$\int_0^1 (x^2 + 1) = \left(\frac{x^2 + 1}{2 + 1} + x \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 =$$

$$= \left(\frac{1}{3} \cdot 1^3 + 1 \right) - \left(\frac{0^3}{3} + 0 \right) = \frac{1}{3} + 1 = 1 \frac{1}{3}$$

2) $y = f(x) = x + 1$

$$\int_0^1 (x + 1) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{1}{2} \cdot 1^2 + 1 \right) - \left(\frac{0^2}{2} + 0 \right) =$$

$$= \frac{1}{2} + 1 = 1 \frac{1}{2} = 1,5$$

3) $y = f(x) = x^3 + 1$

$$\int_0^1 (x^3 + 1) dx = \left(\frac{x^{3+1}}{3+1} + x \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{1}{4} x^4 + x \right) \Big|_0^1 =$$

$$= \left(\frac{1}{4} \cdot 1^4 + 1 \right) - \left(\frac{1}{4} \cdot 0^4 + 0 \right) = 1 \frac{1}{4} - 0 = 1,25$$

	А	Б	В	Г	Д
1			X		
2				X	
3		X			

Розділ IV. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ПОЧАТКИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ЕЛЕМЕНТИ СТАТИСТИКИ

ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ (с. 295-298)

1. $n = C_8^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 56$

А	Б	В	Г	Д
			X	

2. $n = 2C_{18}^2 = \cancel{2} \frac{18 \cdot 17}{\cancel{2}!} = 18 \cdot 17 = 306$

А	Б	В	Г	Д
		X		

3. $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ – п'ятицифрових чисел.

А	Б	В	Г	Д
			X	

4. $n = 5! - 4! = 120 - 24 = 96$
 $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$
 $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

А	Б	В	Г	Д
		X		

5. $n = 4! - 3! = 24 - 6 = 18$
 $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
 $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

А	Б	В	Г	Д
	X			

6. $C_5^2 \cdot C_6^3 = \frac{5 \cdot 4}{2!} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = \frac{5 \cdot \cancel{4}^2}{\cancel{2} \cdot 1} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} =$
 $= 10 \cdot 20 = 200$ способів.

А	Б	В	Г	Д
X				

7. $C_{10}^2 = \frac{10 \cdot 9}{2!} = \frac{10^5 \cdot 9}{\cancel{2} \cdot 1} = 45$

А	Б	В	Г	Д
				X

8. $C_7^2 - 2 = \frac{7 \cdot 6}{2!} - 2 = 21 - 2 = 19$
 \downarrow
 $\frac{2}{6} \quad i \quad \frac{3}{6}$

А	Б	В	Г	Д
X				

9. $P = \frac{m}{n}$

$n : 1; 2; 3; 4; 5; 6; \quad n = 6$

$m : 1; 2; 3; 4; 5 \quad m = 3$

$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

А	Б	В	Г	Д
		X		

$$10. P = \frac{m}{n}$$

$m = 6$ білих кульок

$n = 6 + 4 = 10$ – загальна кількість всіх кульок

$$P = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$11. P = \frac{m}{n}$$

$n = 24$

$m : 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 12; 24$

$m = 8$

$$P = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

А	Б	В	Г	Д
				×

$$12. P = \frac{m}{n}$$

$n = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

$m = 1$

$$P = \frac{1}{120}$$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$13. P = \frac{m}{n}$$

$n = 60$ цукерок

$m = 60 - 20 = 40$ цукерок з білого шоколаду

$$P = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$14. \overset{1}{\underline{M}} \overset{2}{\underline{A}} \overset{3}{\underline{T}} \overset{4}{\underline{E}} \overset{5}{\underline{M}} \overset{6}{\underline{A}} \overset{7}{\underline{T}} \overset{8}{\underline{I}} \overset{9}{\underline{K}} \overset{10}{\underline{A}}$$

$$P = \frac{m}{n}$$

$n = 10$ букв

$m = 2$ букви "М"

$$P = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0,2$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$15. P = \frac{m}{n}$$

$$P = \frac{1}{3}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$n = 8 + 4 + x = (12 + x) \text{ всіх}$$

$$m = x \text{ зелених ручок}$$

$$\text{Тоді } \frac{x}{12 + x} = \frac{1}{3}$$

$$3x = 12 + x$$

$$3x - x = 12$$

$$2x = 12$$

$$x = 12 : 2$$

$$x = 6$$

16. $P = \frac{m}{n}$, де $n = 100$

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5, 15, 25, 35, 45, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
65, 75, 85, 95.

$$m = 100 - 19 = 81$$

$$\text{Тоді } P = \frac{81}{100} = 0,81$$

17. $P = \frac{m}{n}$, де $n = A_5^2 = 5 \cdot 4 = 20$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$m = 1$$

$$P = \frac{1}{20}$$

18.



А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

19. 6; 6; 6; 7; 7; 8; 8; 8; 8; 9; 9; 9; 10 – упорядкована вибірка
 $M_0 = 8$ – це число, яке зустрічається найчастіше.

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$20. X_c = \frac{6 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 6 + 10 \cdot 2}{1 + 2 + 4 + 6 + 2} = \frac{6 + 14 + 32 + 54 + 20}{15} =$$

$$= \frac{126}{15} = \frac{42}{5} = 8,4$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ЗАВДАННЯ НА ВСТАНОВЛЕННЯ ВІДПОВІДНОСТЕЙ (с. 299)

1. 1) $C_8^2 = \frac{8 \cdot 7}{2!} = \frac{56}{2} = 28$

2) $P_4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

3) $A_8^2 = 8 \cdot 7 = 56$

	А	Б	В	Г	Д
1			×		
2				×	
3	×				

2. 10 білих кульок; 6 чорних; 4 зелених.

$n = 10 + 6 + 4 = 20$ (кульок) – всього

1) $P = \frac{m}{n}$

$m = 4$ зелені кульки

$n = 20$

$P = \frac{4}{20} = \frac{20}{100} = 0,2$

2) $P = \frac{m}{n}$

$m = 20 + 10 = 10$ (кульок) – не білі.

$n = 20$

$P = \frac{10}{20} = \frac{50}{100} = 0,5$

3) $P = \frac{10}{20} = \frac{50}{100} = 0,5$

	А	Б	В	Г	Д
1			×		
2					×
3	×				

3. 4; 4; 4; 4; 5; 5; 6; 6; 7; 7 – упорядкована вибірка

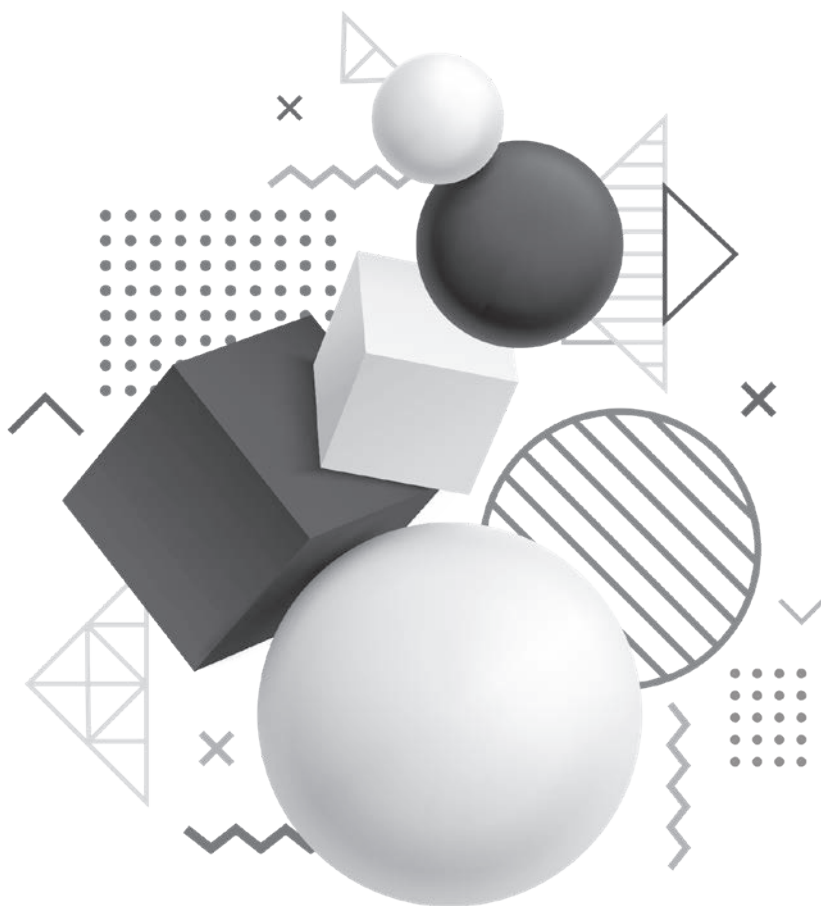
1) $7 - 4 = 3$

2) $M_0 = 4$

3) $X_c = \frac{4 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 2}{10} = \frac{52}{10} = 5,2$

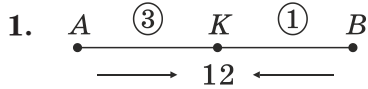
	А	Б	В	Г	Д
1		×			
2				×	
3	×				

ГЕОМЕТРІЯ



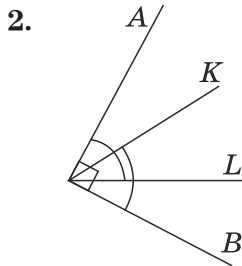
Розділ І. ПЛАНІМЕТРІЯ

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 1 (с. 311-313)



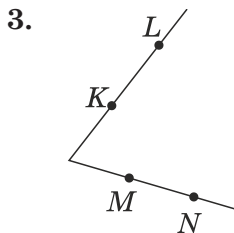
А	Б	В	Г	Д
				×

$$AK = 12 : (3 + 1) \cdot 3 = 9 \text{ (см).}$$



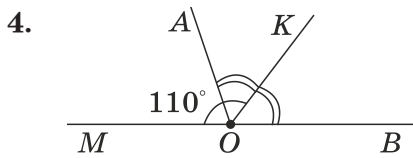
А	Б	В	Г	Д
			×	

$$\angle KOL = 80^\circ + 50^\circ - 90^\circ = 40^\circ$$



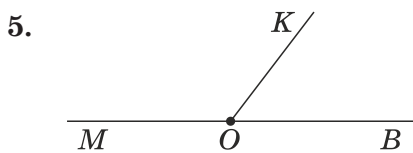
А	Б	В	Г	Д
			×	

$\angle LOR$ – не може бути.



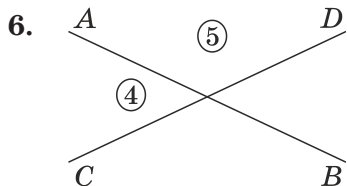
А	Б	В	Г	Д
			×	

$$\angle AOB = (180^\circ - 110^\circ) \cdot 2 = 70^\circ \cdot 2 = 140^\circ$$



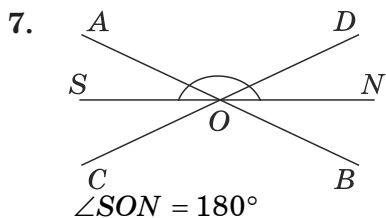
А	Б	В	Г	Д
×				

$$\angle KOB = (180^\circ - 10^\circ) : 2 = 95^\circ$$



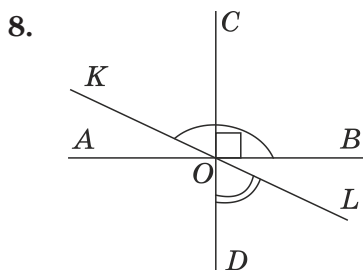
$$\angle AOC = 180^\circ : (4 + 5) \cdot 4 = 80^\circ$$

А	Б	В	Г	Д
			×	



$$\angle SON = 180^\circ$$

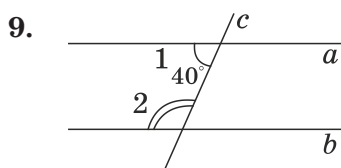
А	Б	В	Г	Д
			×	



$$\angle BOL = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ \text{ за властивістю суміжних кутів.}$$

$$\angle DOL = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ \text{ за властивістю вимірювання кутів.}$$

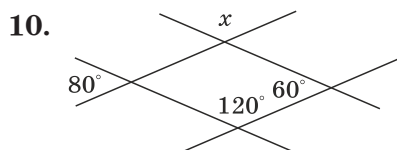
А	Б	В	Г	Д
×				



$a \parallel b$, c – січна.

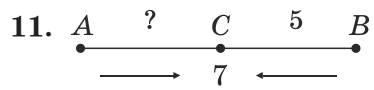
$$\angle 2 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \text{ – за властивістю внутрішніх односторонніх кутів.}$$

А	Б	В	Г	Д
	×			



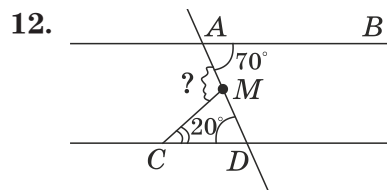
$$x = 360^\circ - (80^\circ + 120^\circ + 60^\circ) = 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ.$$

А	Б	В	Г	Д
		×		



$$AC = AB - BC$$

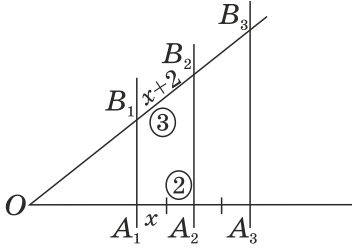
$$AC = 7 - 5 = 2 \text{ (см).}$$



$\angle AMC = 20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$ за властивістю зовнішнього кута $\triangle CMD$.

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 2 (с. 329-331)

1.



А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{x+2}$$

$$3x = 2(x + 2)$$

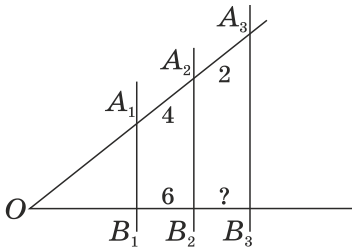
$$3x = 2x + 4$$

$$3x - 2x = 4$$

$$x = 4$$

$$A_1A_2 = 4 \text{ см.}$$

2.



А	Б	В	Г	Д
×				

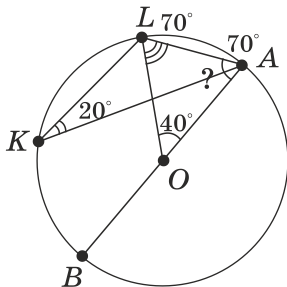
$$\frac{4}{2} = \frac{6}{x}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{6}{x}$$

$$2x = 6$$

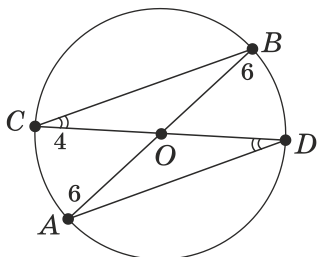
$$x = 3 \text{ см.}$$

3.



А	Б	В	Г	Д
		×		

4.



А	Б	В	Г	Д
			×	

$$\frac{CO}{AO} = \frac{BO}{DO}$$

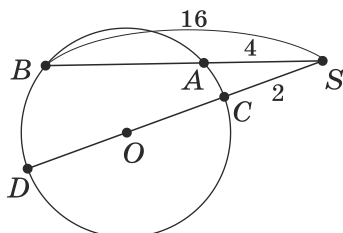
$$\frac{4}{6} = \frac{6}{x}$$

$$4x = 36$$

$$x = 9$$

$$CD = 4 + 9 = 13 \text{ см.}$$

5.



А	Б	В	Г	Д
			×	

$$SA \cdot SB = SC \cdot SD$$

$$DC = x \text{ см}$$

$$4 \cdot 16 = 2 \cdot (x + 2)$$

$$64 = 2(x + 2)$$

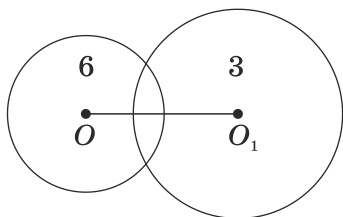
$$32 = x + 2$$

$$x = 32 - 2$$

$$x = 30$$

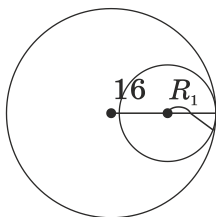
$$R = \frac{30}{2} = 15 \text{ (см).}$$

6.



А	Б	В	Г	Д
		×		

7.



$$R = 3 : 5$$

$$5x - 3x = 16$$

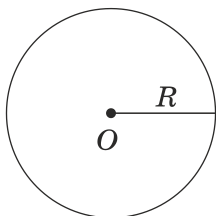
$$2x = 16$$

$$x = 8$$

$$R = 3 \cdot 8 = 24 \text{ (cm).}$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

8.



$$D - R = R$$

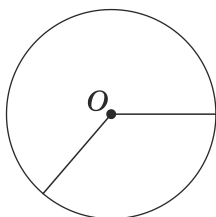
$$R = 2 \text{ см}$$

$$D = 6 \cdot 2 = 12 \text{ (см)}$$

$$C = \pi D = 12\pi \text{ (см)}$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

9.



$$R = 18 \text{ см}$$

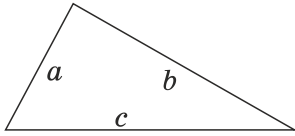
$$l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot n$$

$$l = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot n$$

$$l = \frac{\pi \cancel{18}^3}{\cancel{180}^5} \cdot \cancel{150}^5 = 15\pi \text{ (см).}$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

10.



А	Б	В	Г	Д
		⊗		

$$P = 72 \text{ см}$$

$$P = a + b + c$$

$$a : b : c = 2 : 3 : 4$$

$$a = 2x, b = 3x, c = 4x$$

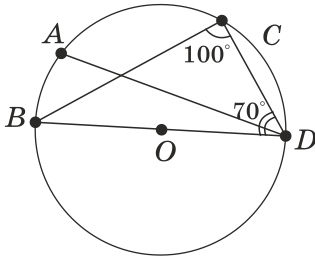
$$2x + 3x + 4x = 72$$

$$9x = 72$$

$$x = 8 \text{ см}$$

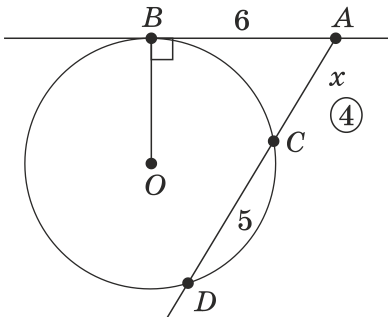
$$b = 8 \cdot 3 = 24 \text{ (см).}$$

11.



$$\angle AFB = 60^\circ$$

12.



$$AB^2 = AC \cdot (AC + CD)$$

$$6^2 = x \cdot (x + 5)$$

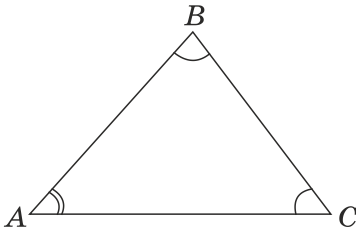
$$x^2 + 5x - 36 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 36 = 25 + 144 = 169; \sqrt{D} = 13$$

$$x_1 = \frac{-5 + 13}{2} = 4$$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 3 (с. 336-337)

1.



А	Б	В	Г	Д
		×		

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ за властивістю внутрішніх кутів трикутника.

$$\angle A + \angle B = 110^\circ$$

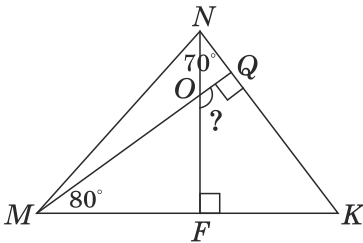
$$\angle B + \angle C = 120^\circ$$

$$\angle B = (110^\circ + 120^\circ) - 180^\circ = 230^\circ - 180^\circ = 50^\circ$$

$$\angle A = 110^\circ - 50^\circ = 60^\circ$$

$$\angle C = 120^\circ - 50^\circ = 70^\circ \text{ - найбільший кут трикутника.}$$

2.

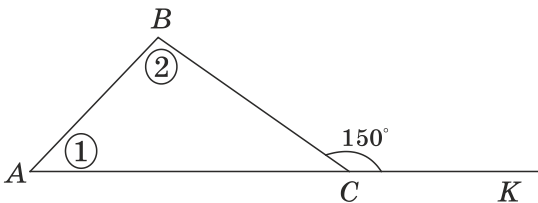


А	Б	В	Г	Д
×				

$\angle K = 180^\circ - (70^\circ + 80^\circ) = 30^\circ$ за властивістю внутрішніх кутів трикутника.

$$\angle FOQ = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 30^\circ) = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$$

3.



А	Б	В	Г	Д
		×		

$\angle A + \angle B = \angle BCK$ за властивістю зовнішнього кута трикутника.

$$\angle A = x; \quad \angle B = 2x$$

$$x + 2x = 150^\circ$$

$$x = 150^\circ : 3$$

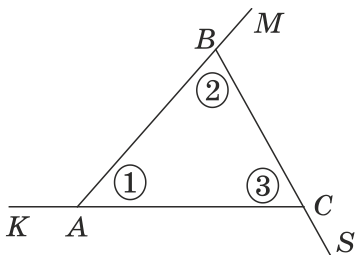
$$x = 50^\circ$$

$$\text{Тоді } \angle A = 50^\circ; \quad \angle B = 50^\circ \cdot 2 = 100^\circ.$$

4. $x = 360^\circ - (140^\circ + 150^\circ) = 360^\circ - 290^\circ = 70^\circ$ за властивістю зовнішніх кутів трикутника.

А	Б	В	Г	Д
	×			

5.



$\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$, то

$$\angle ACS = 1 + 2 = 3$$

$$\angle MBC = 1 + 3 = 4$$

$$\angle KAB = 2 + 3 = 5$$

$$\angle ACS : \angle MBC : \angle KAB = 3 : 4 : 5$$

за властивістю зовнішніх кутів трикутника.

А	Б	В	Г	Д
		×		

6. $4 \text{ см}; 1 \text{ см}; 3 \text{ см}.$

$$4 \text{ см} = 1 \text{ см} + 3 \text{ см}$$

Найбільша сторона трикутника повинна бути менша за суму двох інших сторін.

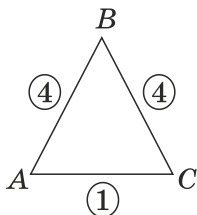
А	Б	В	Г	Д
		×		

7. $2,3 + 1,2 > 4$

$$1,2 + 3 > 2,3$$

А	Б	В	Г	Д
				×

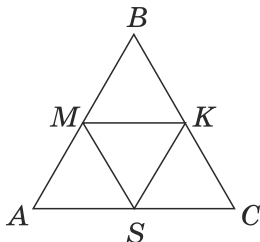
8.



$$AC = 36 : (4 + 4 + 1) = 36 : 9 = 4 \text{ (см)}.$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

9.



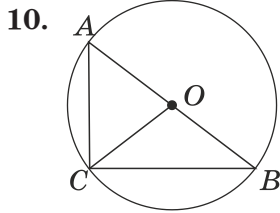
$$P_{\Delta MKS} = 12 \text{ см}$$

$$P_{\Delta ABC} = 2P_{\Delta MKS}$$

$$P_{\Delta ABC} = 12 \cdot 2 = 24 \text{ (см)}.$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

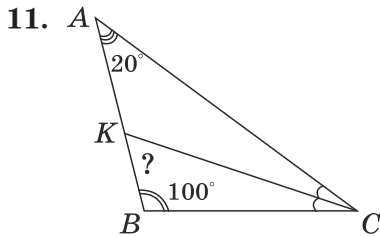
А	Б	В	Г	Д
			×	



$$C = 6\pi, C = 2\pi R = \pi D$$

$$\pi D = 6\pi$$

$$D = 6 \text{ см}, AB = D = 6 \text{ см}.$$

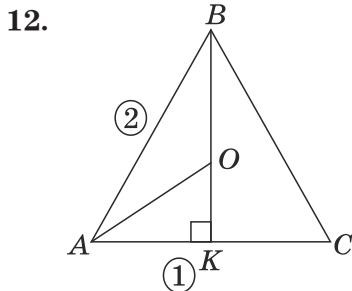


$\triangle ABC$, CK – бісектриса $\angle C$.

$$\angle C = 180^\circ - (100^\circ + 20^\circ) = 60^\circ$$

$$\angle BCK = 60^\circ : 2 = 30^\circ$$

$$\angle CKB = 180^\circ - (100^\circ + 30^\circ) = 50^\circ$$



Нехай в $\triangle ABC$ вписано коло; $BK = 15$ см. BK – висота, бісектриса і медіана трикутника. Оскільки центр вписаного кола є точкою O , точкою перетину бісектрис трикутника, то $O \in BK$. Оскільки $AB : AC = 2 : 1$, де $AB = 2x$, $AC = x$, K – середина AC ,

тому $AK = \frac{AC}{2} = \frac{x}{2}$. AK – бісектриса $\triangle ABC$, то за властивістю

бісектриси $\frac{AB}{AK} = \frac{BO}{OK}$, де $OK = r$ см, $BO = (15 - r)$ см.

$$\frac{2x}{x} = \frac{15-r}{r}$$

$$\frac{4x}{x} = \frac{15-r}{r}$$

$$\frac{4}{1} = \frac{15-r}{r}$$

$$4r = 15 - r$$

$$4r + r = 15$$

$$5r = 15$$

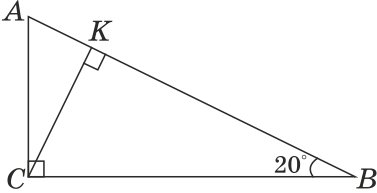
$$r = 15 : 5$$

$$r = 3 \text{ см.}$$

Відповідь: 3 см.

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 4 (с. 345-346)

1.



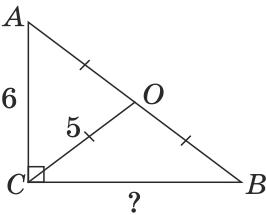
А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$\angle A = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника.

$CK \perp AB$

$\angle ACK = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

2.



А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

CO – медіана, то $AO = BO = CO$.

$AB = 2CO$

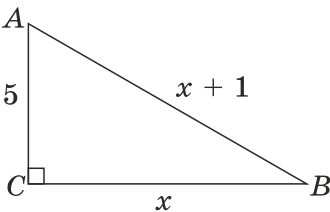
$AB = 5 \cdot 2 = 30$ (см)

За теоремою Піфагора

$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$

$BC = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{(10+6)(10-6)} = \sqrt{16 \cdot 4} = 4 \cdot 2 = 8$ (см).

3.



А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

За теоремою Піфагора $AC^2 + BC^2 = AB^2$, де

$BC = x$ см, $AB = (x + 1)$ см.

$5^2 + x^2 = (x + 1)^2$

$25 + x^2 = x^2 + 2x + 1$

$x^2 - x^2 - 2x - 1 + 25 = 0$

$-2x + 24 = 0$

$2x = 24$

$x = 12$

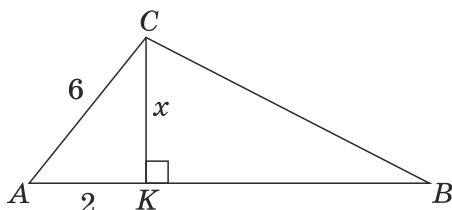
$BC = 12$ см

$AB = 12 + 1 = 13$ (см).

4. $a^2 + b^2 = c^2$ за теоремою Піфагора.
 $8^2 + 15^2 = 17^2$
 $64 + 225 = 289$

А	Б	В	Г	Д
	×			

5.



$CK^2 = x^2 = 6^2 - 2^2 = 36 - 4 = 32$ (см) за теоремою Піфагора.

$AK \cdot BK = CK^2$ за властивістю висоти, проведеної з вершини прямого кута.

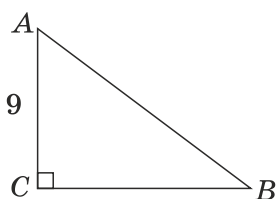
$$2 \cdot BK = 32$$

$$BK = 32 : 2$$

$$BK = 16 \text{ см.}$$

А	Б	В	Г	Д
			×	

6.



$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$$

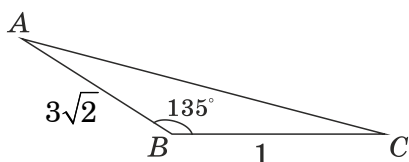
$$AB = 15 \text{ см}$$

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$$

$$BC = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12 \text{ см.}$$

А	Б	В	Г	Д
				×

7.



За теоремою косинусів

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cos B$$

$$AC^2 = (3\sqrt{2})^2 + 1^2 - 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 1 \cdot \cos 135^\circ$$

$$AC^2 = 18 + 1 - 2 \cdot 3\sqrt{2} \cos(180^\circ - 45^\circ)$$

А	Б	В	Г	Д
			×	

$$AC^2 = 19 - 2 \cdot 3\sqrt{2} (-\cos 45^\circ)$$

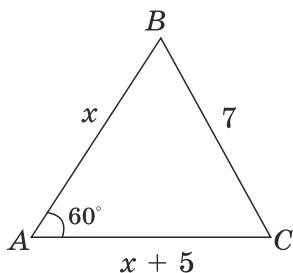
$$AC^2 = 19 + 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$AC^2 = 19 + 6$$

$$AC^2 = 25$$

$$AC = 5 \text{ см.}$$

8.



А	Б	В	Г	Д
		⊗		

За теоремою косинусів

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$7^2 = x^2 + (x + 5)^2 - 2 \cdot x(x + 5) \cos 60^\circ, \text{ де } AB = x \text{ см,}$$

$$AC = (x + 5) \text{ см.}$$

$$49 = x^2 + x^2 + 10x + 25 - \cancel{2} (x^2 + 5x) \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$$

$$49 = \underline{2x^2} + \underline{10x} + 25 - \underline{x^2} + \underline{5x}$$

$$x^2 + 5x + 25 - 49 = 0$$

$$x^2 + 5x - 24 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = -8; \quad -8 < 0 \text{ - не задовольняє умову задачі.}$$

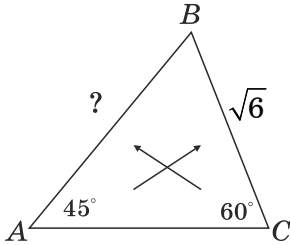
$$x_2 = 3$$

$$\text{Тоді } AB = 3 \text{ см; } AC = 3 + 5 = 8 \text{ см.}$$

$$P = AB + BC + AC$$

$$P = 3 + 7 + 8 = 18 \text{ (см).}$$

9.



А	Б	В	Г	Д
	X			

За теоремою синусів:

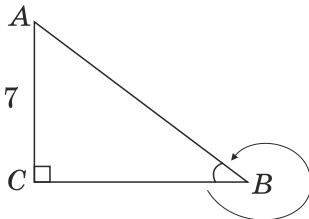
$$\frac{AB}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{\sin 45^\circ}$$

$$AB = \frac{\sqrt{6} \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\cancel{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{\cancel{2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 6 \cdot 3}{2}} = \sqrt{3^2} = 3$$

10. $x = 60 : (3 + 4 + 5) \cdot 3 = 60 : 12 \cdot 3 = 15$ (см).

А	Б	В	Г	Д
X				

11.



$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{24}{25}, \text{ то } BC = 24x \text{ см; } AB = 25x \text{ см.}$$

За теоремою Піфагора

$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$7^2 = (25x)^2 - (24x)^2$$

$$49 = 625x^2 - 576x^2$$

$$49 = 49x^2$$

$$x^2 = 1$$

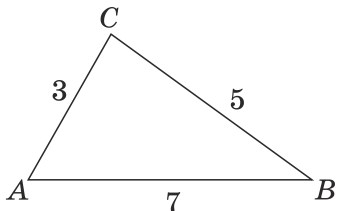
$$x = 1$$

Тоді $BC = 24 \cdot 1 = 24$ (см); $AB = 25 \cdot 1 = 25$ (см)

$$P = AC + BC + AB$$

$$P = 7 + 24 + 25 = 56 \text{ (см)}.$$

12.



$\angle B$ – найбільший кут трикутника

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$$

$$\cos B = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{9 + 25 - 49}{30} = \frac{34 - 49}{30} = -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos B = -\frac{1}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\angle B = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

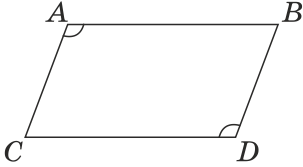
Відповідь: 120° .

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 5 (с. 355-356)

1. $x = 360^\circ : (1 + 2 + 3 + 4) \cdot 4 = 360^\circ : 10 \cdot 4 = 144^\circ$

А	Б	В	Г	Д
			X	

2.



$ABCD$ – паралелограм;

$\angle B + \angle D = 220^\circ$

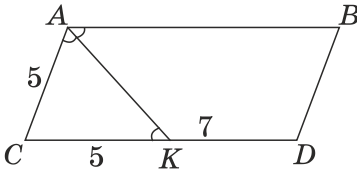
$\angle B = \angle D = 220^\circ : 2 = 110^\circ$

$\angle A + \angle B = 180^\circ$ як кути, прилеглі до однієї зі сторін паралелограма.

$\angle A = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

А	Б	В	Г	Д
		X		

3.



$\angle ABK = \angle CBK$ за властивістю бісектриси кута.

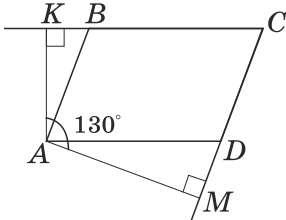
$\angle CBK = \angle AKB$ за властивістю внутрішніх різносторонніх кутів ($BC \parallel AD$; BK – січна)

Тоді $\angle ABK = \angle BKA$, то $\triangle ABK$ – рівнобедрений і $AB = AK = 5$ см.

$AB = CD = 5$ см за властивістю протилежних кутів паралелограма.

А	Б	В	Г	Д
	X			

4.

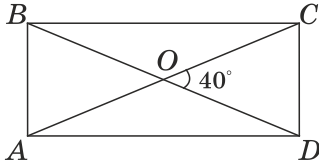


За властивістю внутрішніх кутів чотирикутника $KAMC$:

$\angle C = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 130^\circ) = 360^\circ - 310^\circ = 50^\circ$

А	Б	В	Г	Д
		X		

5.

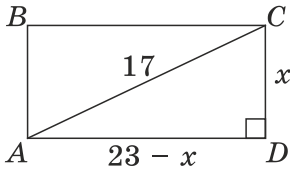


А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$ABCD$ – чотирикутник, $AC = BD$, то $OD = OC$ і
 $\angle OCD = \angle ODC = (180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$

Тоді в $\triangle ADC$ ($\angle D = 90^\circ$); $\angle CAD = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$.

6.



А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

В $\triangle CAD$ ($\angle D = 90^\circ$) за теоремою Піфагора

$CD^2 + AD^2 = AC^2$, де $CD = x$ см, $AD = (23 - x)$ см, $CD < AD$.

$$x^2 + (23 - x)^2 = 172$$

$$x^2 + 529 - 46x + x^2 = 289$$

$$2x^2 - 46x + 529 - 289 = 0$$

$$2x^2 - 46x + 240 = 0 / :2$$

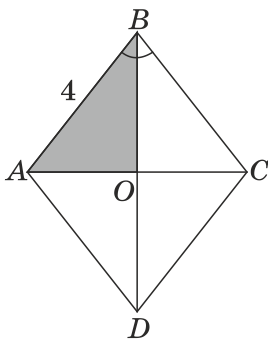
$$x^2 - 23x + 120 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$x_1 = 8, x_2 = 15$$

$8 < 15$, то $CD = 8$ см.

7.



А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$AB = P : (4 - 1) = P : 3$$

$$AB = 12 : 3 = 4 \text{ (см)}$$

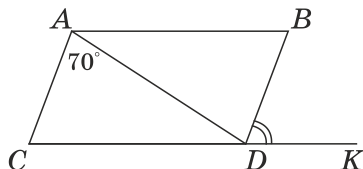
$AC \perp BC$, то $\triangle AOB$ ($\angle O = 90^\circ$)

BD – бісектриса $\angle B$, то $\angle ABO = 60^\circ : 2 = 30^\circ$

$$AO = \frac{4}{2} = 2 \text{ (см)}, \text{ то } BO = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ (см)}.$$

$$BD = 2\sqrt{3} \cdot 2 = 4\sqrt{3} \text{ (см)}.$$

8.



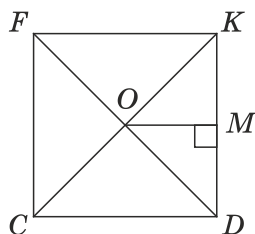
А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

BD – бісектриса $\angle B$, то $\angle B = 70^\circ \cdot 2 = 140^\circ$

$\angle B = \angle D = 140^\circ$ за властивістю протилежних кутів паралелограма.

$\angle CDK = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ за властивістю суміжних кутів.

9.

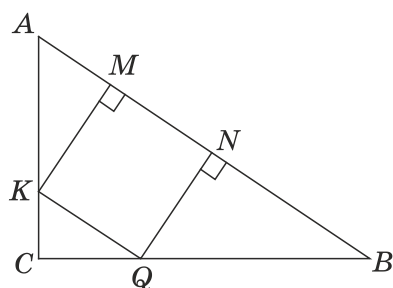


А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

$$OM = \frac{1}{2} MD$$

$$MD = 80 : 4 = 20 \text{ (см)}, \text{ то } OM = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10 \text{ (см)}.$$

10.

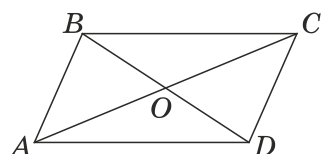


А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$KMNQ$ – квадрат, $AB = 18$ см;

$$KM = MN = NQ = KQ = \frac{18}{3} = 6 \text{ (см)}.$$

11.



$$AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + AD^2), \text{ де } BD = 9 \text{ см}, AC = 13 \text{ см};$$

$AB = x$ см, $AD = (x + 5)$ см.

$$13^2 + 9^2 = 2(x^2 + (x + 5)^2)$$

$$250 = 2(2x^2 + 10x + 25)$$

$$2x^2 + 10x + 25 = 125$$

$$2x^2 + 10x + 25 - 125 = 0$$

$$2x^2 + 10x - 100 = 0$$

$$x^2 + 5x - 50 = 0$$

За теоремою Вієта: $x_1 = -10$, $x_2 = 5$

$-10 < 0$ – не задовольняє умову задачі.

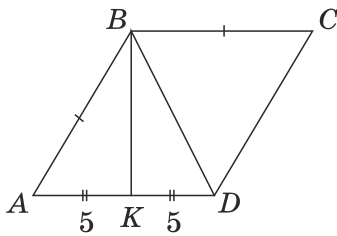
Тоді $AB = CD = 5$ см

$$AD = BC = 5 \cdot 2 = 10 \text{ (см)}$$

$$P = (5 + 10) \cdot 2 = 30 \text{ (см)}$$

Відповідь: 30 см.

12.



$ABCD$ – ромб;

$P = 40$ см, то $AB = BC = CD = AD = 40 : 4 = 10$ см.

$BK \perp AD$, де $AK = DK = 10 : 2 = 5$ (см)

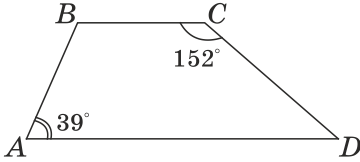
$\triangle BKA = \triangle BKD$ за II ознакою рівності трикутників (BK – спільна сторона, $AK = DK = 5$ см, $\angle BKA = \angle BKD = 90^\circ$).

З рівності трикутників випливає, що $AB = BD = 10$ (см).

Відповідь: 10 см.

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 6 (с. 366-367)

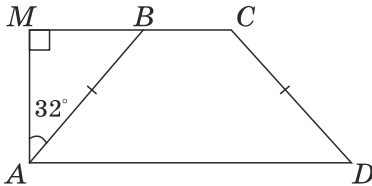
1.



А	Б	В	Г	Д
		X		

$ABCD$ – трапеція; $BC \parallel AD$, $\angle B = 180^\circ - 39^\circ = 141^\circ$;
 $\angle D = 180^\circ - 152^\circ = 28^\circ$ як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції.
 $\angle D = \angle B$

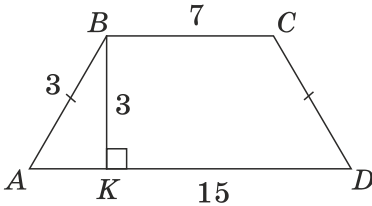
2.



А	Б	В	Г	Д
	X			

$ABCD$ – трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD$, $AM \perp BC$, $\angle BAM = 32^\circ$,
 то $\angle BAD = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$ (за властивістю висоти трапеції).
 $\angle ABC = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$ за властивістю кутів трапеції, прилеглих до бічної сторони.

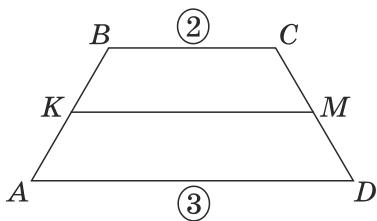
3.



А	Б	В	Г	Д
	X			

$ABCD$ – трапеція, $BC \parallel AD$, $BK \perp AD$, $AB = CD$,
 то $AK = \frac{15 - 7}{2} = \frac{8}{2} = 4$ (см) за властивістю рівнобічної трапеції.
 В $\triangle BKA$ ($\angle K = 90^\circ$) за теоремою Піфагора
 $AB = \sqrt{AK^2 + BK^2}$; $AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ (см).

4.



А	Б	В	Г	Д
		×		

$ABCD$ – трапеція, $BC \parallel AD$, $KM = 10$ см, $BC : AD = 2 : 3$

$$KM = \frac{BC + AD}{2}, \text{ де } BC = 2x, AD = 3x.$$

$$\frac{2x + 3x}{2} = 10$$

$$5x = 10 \cdot 2$$

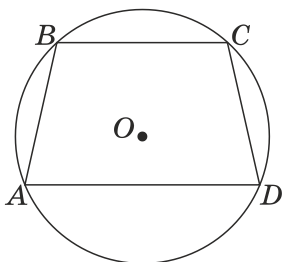
$$5x = 20$$

$$x = 20 : 5$$

$$x = 4$$

$$AD = 4 \cdot 3 = 12 \text{ (см).}$$

5.



А	Б	В	Г	Д
		×		

$ABCD$ – чотирикутник, вписаний в коло, $\angle C = \angle A + 20^\circ$.

$\angle A + \angle C = 180^\circ$ за властивістю вписаного чотирикутника

$$\angle A + (\angle A + 20^\circ) = 180^\circ$$

$$2\angle A + 20^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle A = 180^\circ - 20^\circ$$

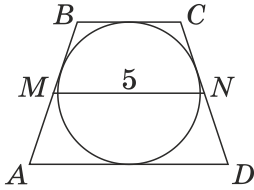
$$2\angle A = 160^\circ$$

$$\angle A = 160^\circ : 2$$

$$\angle A = 80^\circ$$

$$\angle C = 80^\circ + 20^\circ = 100^\circ$$

6.



А	Б	В	Г	Д
	×			

$ABCD$ – трапеція, описана навколо кола; $BC \parallel AD$,

MN – середня лінія трапеції

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

$$BC + AD = 2MN$$

$BC + AD = 5 \cdot 2 = 10$ (см), тоді $AB + CD = BC + AD$ за властивістю чотирикутника, описаного навколо кола.

$$P = 2(BC + AD)$$

$$P = 10 \cdot 2 = 20 \text{ (см)}.$$

7. $S_n = 2160^\circ + 360^\circ = 2520^\circ$; $S_n = 180^\circ(n - 2)$

$$180^\circ(n - 2) = 2520^\circ$$

$$180^\circ n - 360^\circ = 2520^\circ$$

$$180^\circ n = 2520^\circ + 360^\circ$$

$$180^\circ n = 2880^\circ$$

$$n = 2880^\circ : 180^\circ$$

$$n = 16$$

А	Б	В	Г	Д
		×		

8. $k = \frac{n(n-3)}{2}$, де $n = 12$

$$k = \frac{12(12-3)}{2} = 6 \cdot 9 = 54 \text{ (діагоналі)}.$$

А	Б	В	Г	Д
×				

9. $S_{\text{зов.к.}} = 360^\circ$

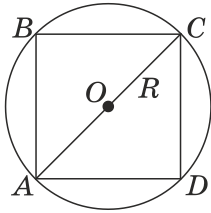
β – зовнішній кут правильного восьмикутника.

$$8\beta = 360^\circ$$

$$\beta = 360^\circ : 8 = 45^\circ$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

10.



$$R = \frac{1}{2} AC$$

$$AB = BC = CD = AD = 6 \text{ см}$$

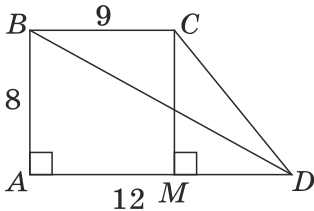
$$AC = \sqrt{2} \cdot AB$$

$$AC = \sqrt{2} \cdot 6 = 6\sqrt{2} \text{ (см)}$$

$$R = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ (см)}$$

А	Б	В	Г	Д
			×	

11.



$ABCD$ – трапеція, $AB \perp AD$.

В $\triangle BAD$ ($\angle A = 90^\circ$) за теоремою Піфагора

$$AD = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 25 \text{ (см)}$$

$$MD = 15 - 9 = 6 \text{ (см)}$$

В $\triangle CMD$ ($\angle M = 90^\circ$) за теоремою Піфагора

$$CD = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ (см)}$$

$$P = AB + BC + CD + AD$$

$$P = 8 + 9 + 10 + 15 = 42 \text{ (см)}$$

Відповідь: 42 см.

12. $r = 2\sqrt{3}$ см, $R = 4\sqrt{3}$ см.

$$\frac{r}{R} = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}; \quad \frac{r}{R} = \frac{1}{2}; \quad r = \frac{R}{2}$$

Трикутник

$$r = \frac{a_3 \sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{1} = \frac{a_3 \sqrt{3}}{6}$$

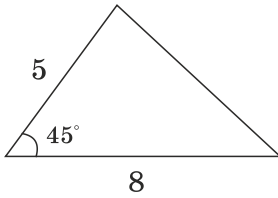
$$a_3 \cancel{\sqrt{3}} = 6 \cdot 2 \cancel{\sqrt{3}}$$

$$P = 3 \cdot 12 = 36 \text{ (см)}$$

Відповідь: 36 см.

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 7 (с. 381-382)

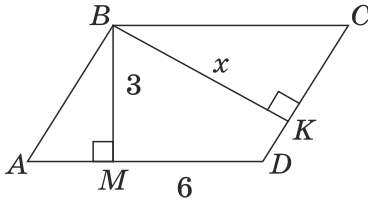
1.



А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \sin 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ (см)}$$

2.



А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$S = AD \cdot BM;$$

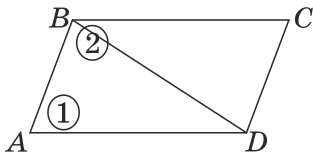
$$S = DC \cdot BK; \quad BK > BM$$

$$6 \cdot 3 = 4 \cdot BK$$

$$BK = 18 : 4$$

$$BK = 4,5 \text{ см.}$$

3.



А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

$$P = 8 \text{ см, то } AB = 8 : 4 = 2 \text{ см.}$$

$$\angle A + \angle B = 180^\circ; \quad \angle B = 2\angle A$$

$$\angle A + 2\angle A = 180^\circ$$

$$3\angle A = 180^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ : 3$$

$$\angle A = 60^\circ; \quad \angle B = 60^\circ \cdot 2 = 120^\circ$$

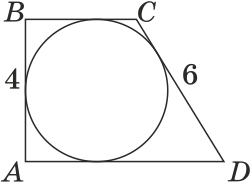
$$\triangle ABD : \quad AB = BD = AD = 2 \text{ см}$$

$$S_{\Delta} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S = 2S_{\Delta}, \quad S = \sqrt{3} \cdot 2 = 2\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}$$

4. $S_{np} = 1 \cdot 9 = 9 \text{ (см}^2\text{)}$
 $S_{np} = S_{кв} = 9 \text{ см}^2$, то $S_{кв} = 3 \cdot 3$, то $a = 3 \text{ см}$
 $P = 3 \cdot 4 = 12 \text{ (см)}$.

А	Б	В	Г	Д
			×	

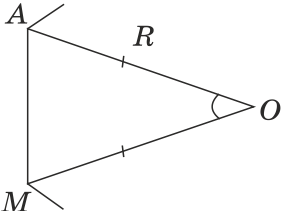
5. 

А	Б	В	Г	Д
		×		

$BC + AD = AB + CD$ за властивістю описаної трапеції.

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot AB$$

$$S = \frac{4 + 6}{2} \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20 \text{ (см}^2\text{)}.$$

6. 

А	Б	В	Г	Д
			×	

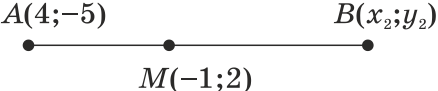
Дванадцятикутник.

$$R = 6 \text{ см}; \angle AOM = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

$$S_{\Delta AOM} = \frac{1}{2} OA \cdot OM \cdot \sin \angle O$$

$$S_{\Delta AOM} = \frac{1}{2} \cdot 6^2 \sin 30^\circ = \frac{36}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{36}{4} = 9 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{12} = 9 \cdot 12 = 108 \text{ (см}^2\text{)}$$

7. 

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$B(x_2; y_2)$$

$$x_2 = 2x_r - x_1$$

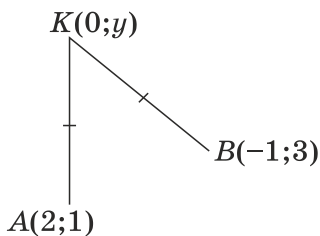
$$x_2 = -1 \cdot 2 - 4 = -5$$

$$y_2 = 2y_r - y_1$$

$$y_r = 2 \cdot 2 - (-5) = 9$$

Отже, $B(-6;9)$.

8.



А	Б	В	Г	Д
		×		

$K \in OY$, то $K(0; y)$

Якщо точка K рівновіддалена від точок A і B , то $AK = BK$.

Знайдемо AK і BK :

$$AK^2 = (2 - 0)^2 + (1 - y)^2$$

$$BK^2 = (-1 - 0)^2 + (3 - y)^2$$

Прирівняємо $AK^2 = BK^2$, то

$$(2 - 0)^2 + (1 - y)^2 = (-1 - 0)^2 + (3 - y)^2$$

$$4 + 1 - 2y + y^2 = 1^2 + 9 - 6y + y^2$$

$$-2y + y^2 + 6y - y^2 = 10 - 5$$

$$4y = 5$$

$$y = 1,25$$

Отже, $K(0; 1,25)$.

9. $(x; 0)$ – координати точок, що лежать на осі абсцис (OX)

$$b = 0$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$(x + 2)^2 + y^2 = 37$$

А	Б	В	Г	Д
	×			

10. $2x - 3y + 7 = 0$

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

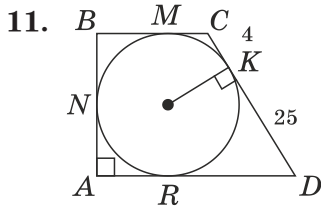
Якщо $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, то прямі паралельні.

А	Б	В	Г	Д
				×

$$\begin{cases} 2x - 3y + 7 = 0 \\ 4x - 6y - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{-3}{-6} \neq \frac{7}{-9}$$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{7}{9}$, то прямі паралельні.



$ABCD$ – трапеція, $BC \parallel AD$, $AD \perp CD$; $CK = 4$ см, $KD = 25$ см.

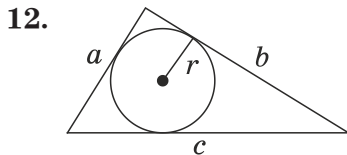
За властивістю вписаного кола:

$$CK = CM = BM = BN = NA = AR = 4 \text{ см}$$

$$KD = DR = 25 \text{ см}$$

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot AB, \text{ де } BC = 4 + 4 = 8 \text{ (см); } AD = 4 + 25 = 29 \text{ (см).}$$

$$S = \frac{8 + 29}{2} \cdot 8 = \frac{37 \cdot 8}{2} = 37 \cdot 4 = 148 \text{ (см}^2\text{)}.$$



Дано трикутник зі сторонами a , b , c , описаний навколо кола.

$a = 4$ см, $b = 13$ см, $c = 15$ см. $S_{\text{кр.}}$ – ?

$$S_{\text{кр.}} = \pi r^2.$$

Знайдемо S_{Δ} : $S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, де

$$p = \frac{a+b+c}{2}, \quad p = \frac{4+13+15}{2} = 16 \text{ (см)}$$

$$S = \sqrt{16(16-4)(16-13)(16-15)} = \sqrt{16 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 1} = \sqrt{576} = 24 \text{ (см}^2\text{)},$$

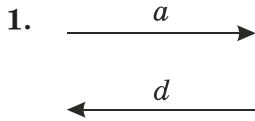
$$\text{тоді } r = \frac{S}{p}, \quad r = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ (см).}$$

$$S_{\text{кр.}} = \pi \cdot 1,5^2 = \pi \cdot 2,25 = 2,25\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

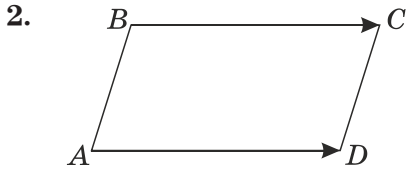
$$\frac{S_{\text{вд.}}}{\pi} = \frac{2,25\pi}{\pi} = 2,25.$$

Відповідь: 2,25.

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 8 (с. 400-401)



А	Б	В	Г	Д
		×		



А	Б	В	Г	Д
		×		

$$|\overline{BC}| = |\overline{AD}|$$

$$\overline{BC} \uparrow \uparrow \overline{AD}, \text{ то } \overline{BC} = \overline{AD}.$$

3. $\overline{a}(1;2); \overline{b}(0;3); \overline{c}(2;-2)$

А	Б	В	Г	Д
		×		

$$|\overline{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$|\overline{b}| = \sqrt{0^2 + 3^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$|\overline{c}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8}, \text{ то } |\overline{b}| > |\overline{c}|.$$

4. $A(2;-4); B(0;8)$, де $\overline{AK} + \overline{BK} = 0$

А	Б	В	Г	Д
×				

$$K(1;2), \text{ то}$$

$$\overline{AK} = (\overline{1-2}; \overline{2+4}) = (\overline{-1}; \overline{6})$$

$$\overline{BK} = (\overline{1-0}; \overline{2-8}) = (\overline{1}; \overline{-6})$$

$$\overline{AK} + \overline{BK} = (\overline{-1+1}; \overline{6+(-6)}) = 0$$

5. $\overline{a}(m;-1); \overline{b}(-9;m); a$ і b – колінеарні, то

А	Б	В	Г	Д
	×			

$$\frac{m}{-9} = \frac{-1}{m}$$

$$m^2 = -9 \cdot (-1)$$

$$m^2 = 9$$

$$m = \pm\sqrt{9}$$

$$m = \pm 3$$

6. $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; (a, b) = 150^\circ$

А	Б	В	Г	Д
				⊗

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot 3 \cos 150^\circ = 12 \cos(180^\circ - 30^\circ) = 12(-\cos 30^\circ) =$$

$$= 12 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -6\sqrt{3}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -6\sqrt{3}$$

7. $A(4;2); B(2;5); C(2;4); D(5;6); \angle(AB, CD) - ?$

А	Б	В	Г	Д
		⊗		

$$\overline{AB} = (\overline{2-4}; \overline{5-2}) = (-2; 3)$$

$$\overline{AB}(-2; 3)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

$$\overline{CD} = (\overline{5-2}; \overline{6-4}) = (3; 2)$$

$$CD(3; 2)$$

$$|\overline{CD}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{CD} = -2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 0, \text{ то } \overline{AB} \perp \overline{CD}$$

$$\angle(\overline{AB}, \overline{CD}) = 90^\circ$$

8. $M(-2;y), M'(8;-6)$ – симетричні відносно точки $O(x;1)$

$$x = \frac{-2 + 8}{2} = 3$$

$$y = 2 \cdot 1 - (-6) = 8$$

А	Б	В	Г	Д
⊗				

Тоді $x = 3, y = 8$.

9. $A(-1; 2) \rightarrow A'(3; -4)$

$B(2; -2) \rightarrow B'(x'; y')$

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 = -1 + a \\ -4 = 2 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y - 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 4 \\ b = -6 \end{cases}$$

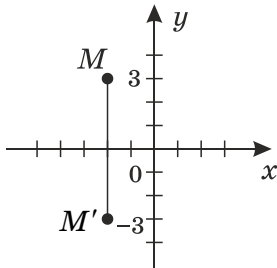
Тоді $x' = 2 + 4 = 6$

$y' = -2 - 6 = -8$

$B'(6; -8)$

А	Б	В	Г	Д
		×		

10.



$M(-2; 3)$ і $M'(-2; -3)$ симетричні відносно осі абсцис.

А	Б	В	Г	Д
×				

11. Дано \vec{a} і \vec{b} ; $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $\cos(\widehat{a, b}) = 60^\circ$

$$|3\vec{a} - 4\vec{b}| = \sqrt{(3\vec{a} - 4\vec{b})^2} = \sqrt{(3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4b + (4b)^2} =$$

$$= \sqrt{9|\vec{a}|^2 - 24|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \widehat{a, b} + 16|\vec{b}|^2} = \sqrt{9 \cdot 1^2 - 24 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ + 16 \cdot 2^2} =$$

$$= \sqrt{9 - 48 + 64} = \sqrt{49} = 7$$

12. \overline{AB} і \overline{m} – колінеарні; $A(1; -3)$, $\overline{m}(-2; 5)$, $B(x; 5)$, то

$$\overline{AB}(x-1; 5+3)$$

$$\overline{AB}(x-1; 8)$$

$$\frac{x-1}{-2} = \frac{8}{5}$$

$$5(x-1) = -2 \cdot 8$$

$$5x - 5 = -16$$

$$5x = -16 + 5$$

$$5x = -11$$

$$x = -11 : 5$$

$$x = -2,2$$